

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

cea

Un aperçu de la
MODÉLISATION
DES MACHINES TOURNANTES
DANS CAST3M

Benoit Prabel

CEA Saclay - DEN/DM2S/SEMT/DYN

benoit.prabel@cea.fr

www.cea.fr

<http://www-cast3m.cea.fr/>

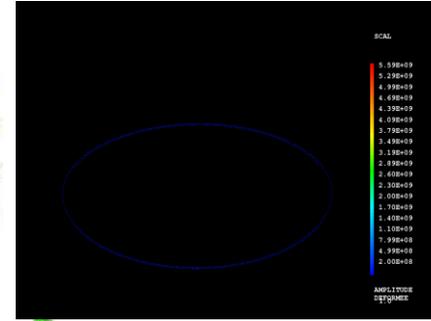
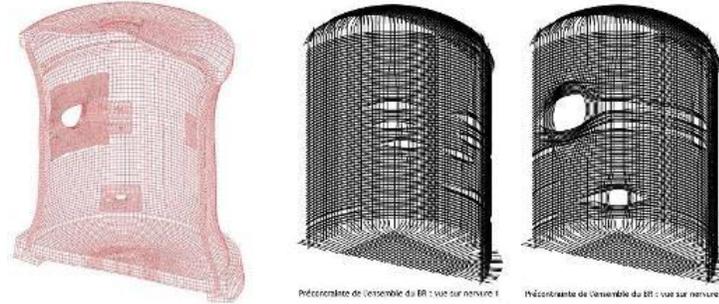
PREAMBULE

- **Constat** : Les mathématiques représentent étonnamment bien l'univers
- **Corrolaire** : On utilise les mathématiques pour décrire le monde (ensemble d'états)
- Les Babyloniens ont introduit le modèle algébrique (tablettes de Nippur 2200avJC)
- Algèbre : Ensemble muni de lois de composition interne. Deux concepts : Abstraction et relation entre abstractions (ex : $2 + 2 = 4$)

Cast3M (code EF du CEA depuis 1983)

- Maillage

Enceinte de confinement (2011)



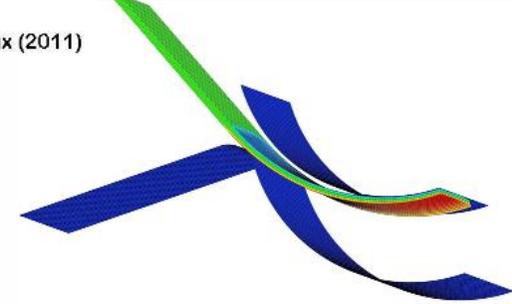
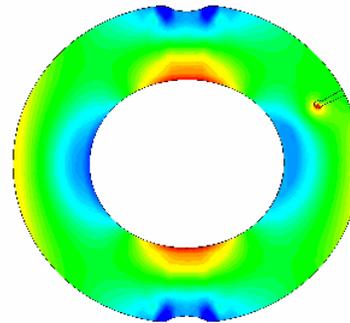
- Calculs

- Résolution statique, dynamique, linéaire ou non-linéaire
- Comportements isotrope, orthotrope... plastique, endommageable, béton, ...
- Grand déplacements
- Contact – frottement
- Calcul modal (réel et complexe)
- Applications en mécanique de la rupture, dynamique, interaction fluide-structure, thermique, multi-physique, mécanique des fluides, magnéto-statique, ...

Partie BETON

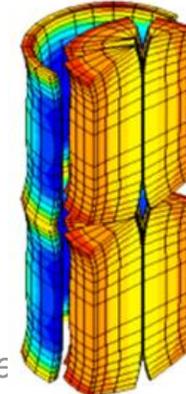
Partie FERRAILLAGE

Voute en Clavaux (2011)

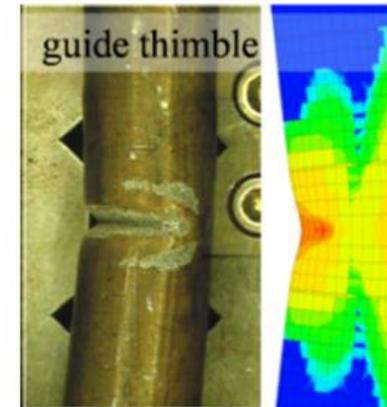


Mise en forme d'une tôle par emboutissage (2011)

Propagation dynamique de fissure (2007)



Benoit Prabe



Crayons combustibles (2000 – 2010)

- Post traitement

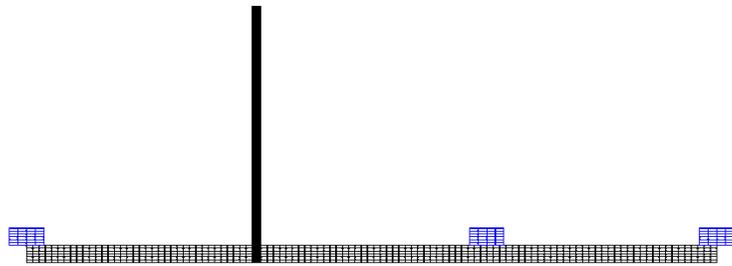
Modélisations possibles

- *Rotordynamics*: Que veut-on calculer?
 - **Modes** réels (au repos)
 - Modes complexes (= diagramme de **Campbell**)
 - Réponse au **balourd**, à un chargement tournant...
 - Réponse **transitoire**
 - Identification modale
 - ...
- Avec un **modèle adapté** :
 - Géométrie et cinématique (poutre, mode de Fourier, 3D)
 - Linéaire ou pas
 - En utilisant des méthodes de réduction de modèle ou pas

Modélisations possibles

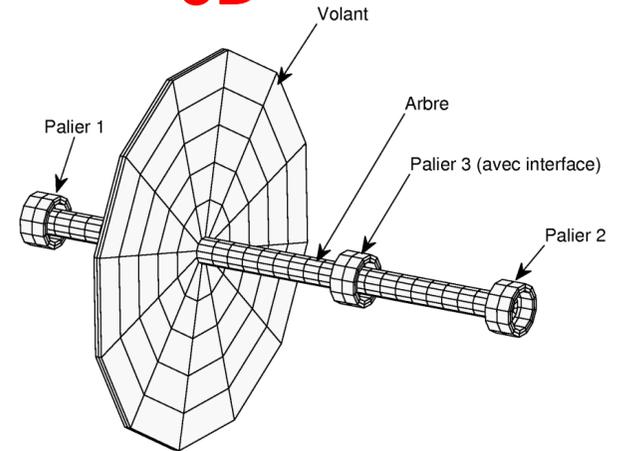
- Modélisations :
 - Éléments de **poutre** dans le repère fixe
 - Éléments massifs et de coque dans le repère tournant (+ interaction avec stator défini dans repère fixe)

mode de **Fourier** (axisymétrique)



$$\underline{u}(r, z, \theta) = \begin{bmatrix} N_i(r, z) \cos(n\theta) & 0 & 0 \\ 0 & N_i(r, z) \cos(n\theta) & 0 \\ 0 & 0 & N_i(r, z) \sin(n\theta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} UR \\ UZ \\ UT \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} N_i(r, z) \sin(n\theta) & 0 & 0 \\ 0 & N_i(r, z) \sin(n\theta) & 0 \\ 0 & 0 & N_i(r, z) \cos(n\theta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} IUR \\ IUZ \\ IUT \end{pmatrix}$$

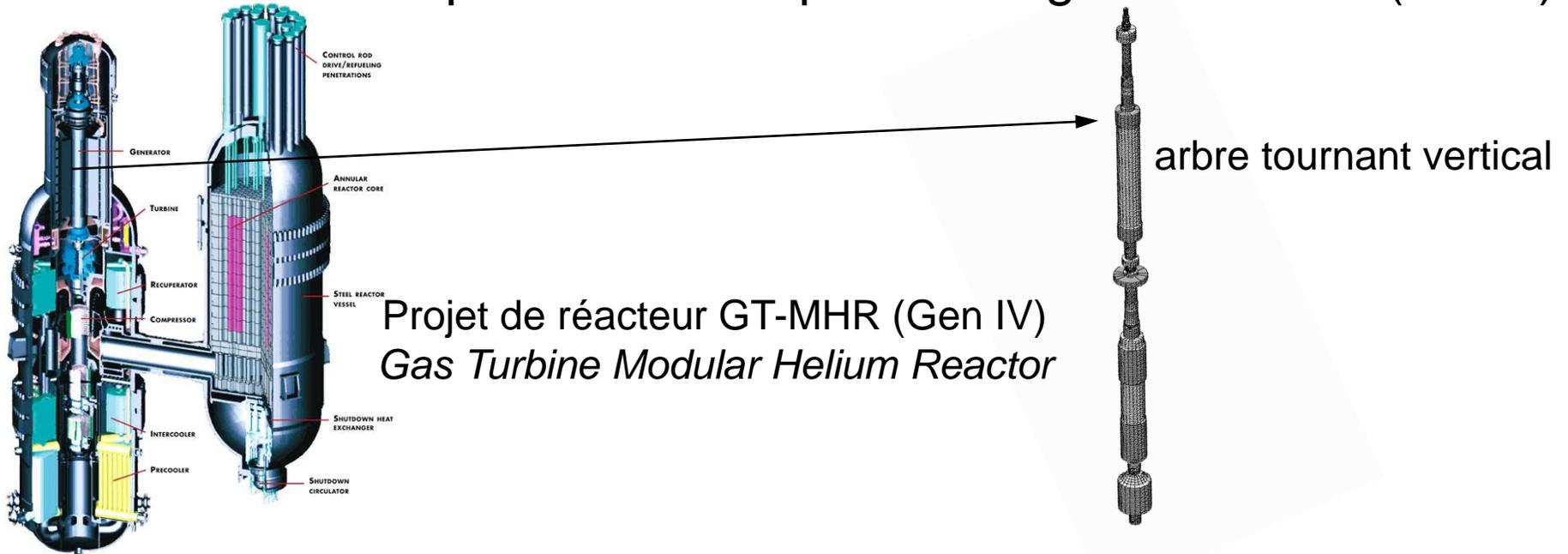
3D



$$\underline{u}(x, y, z) = \begin{bmatrix} N_i(x, y, z) & & \\ & N_i(x, y, z) & \\ & & N_i(x, y, z) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} UX \\ UY \\ UZ \end{pmatrix}$$

Éléments poutres dans le repère fixe

- Élément de poutre = adapté aux structures élancées
 - hypothèses cinématiques sur le déplacement permettent de le décrire dans l'épaisseur avec peu de degré de liberté (u et θ)

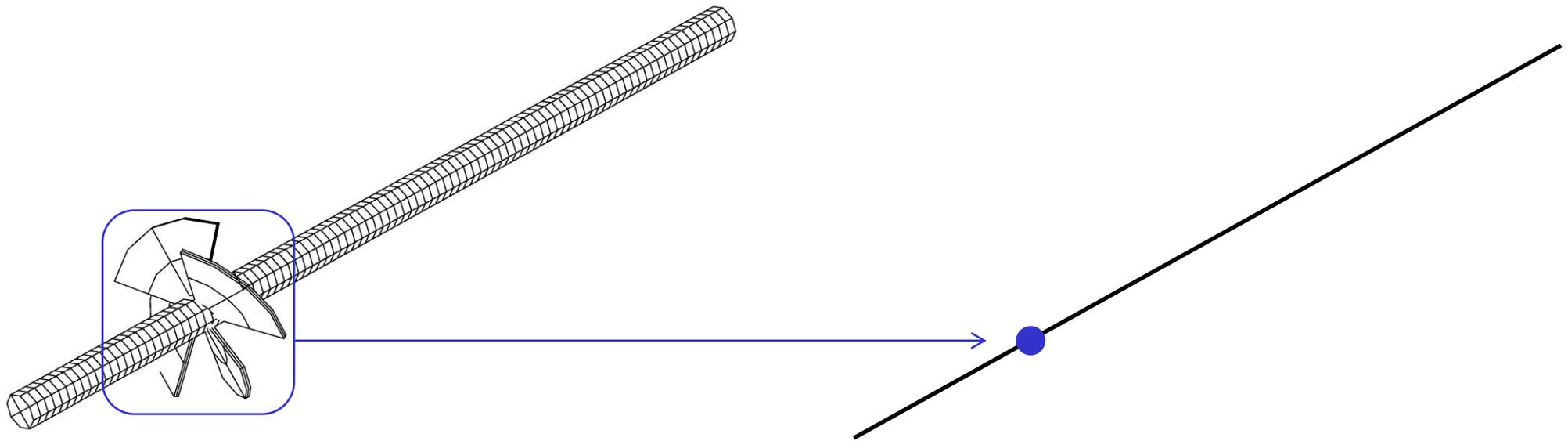


- **Couplage gyroscopique** dans l'équation d'équilibre :

$$M\ddot{U} + [C + \Omega G]\dot{U} + KU = 0$$

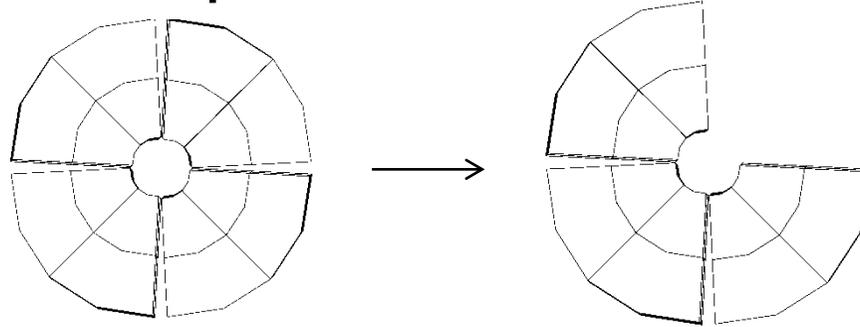
Exemple rotor5

- Modèle
 - Arbre = modèle de poutre
 - Condensation statique des aubes : K' , M' et chargement F_{bal}'



Exemple rotor5

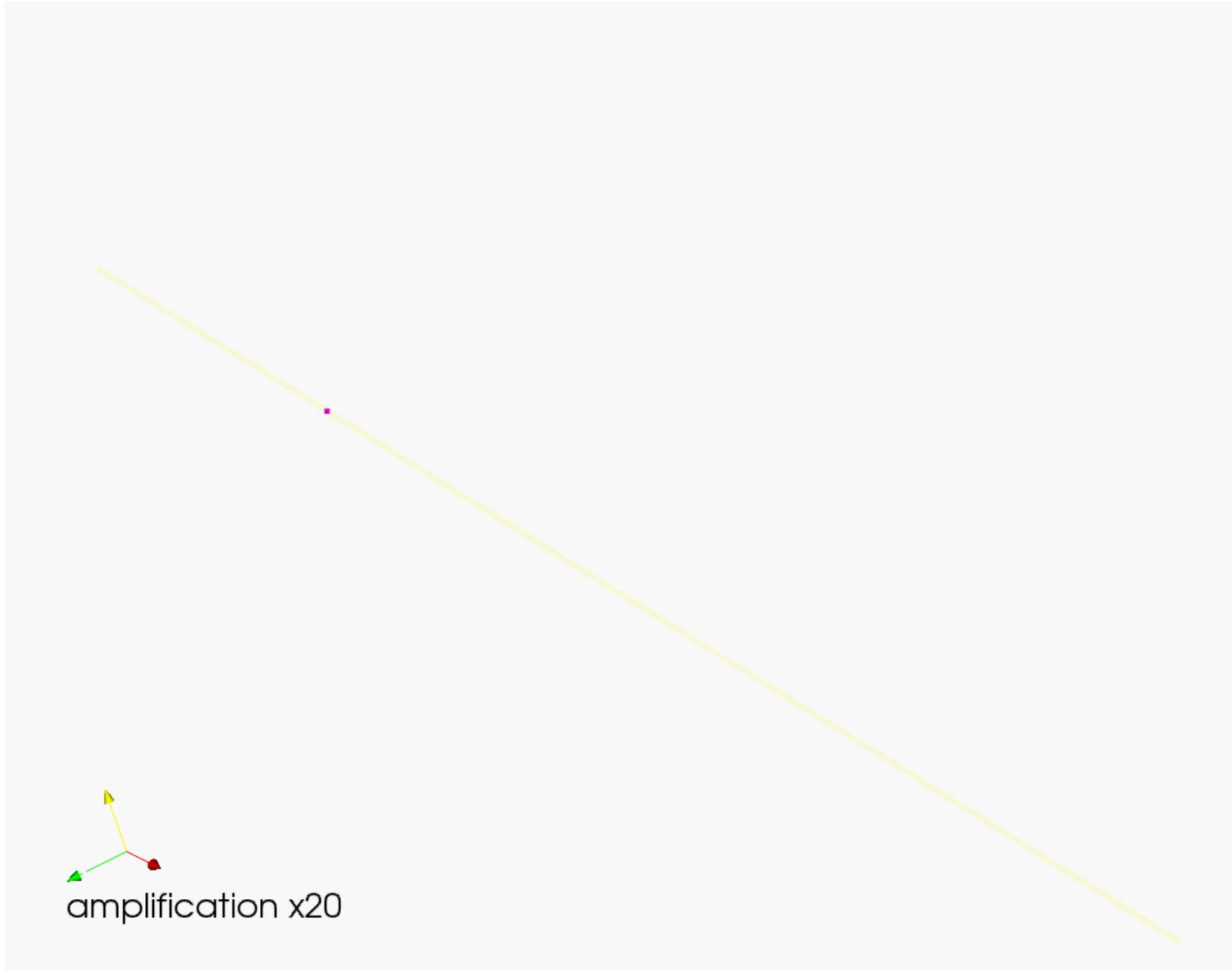
- Transitoire de perte d'une aube



- Résolution par intégration temporelle directe :
 - implicite / explicite
 - sur base physique / sur base modale

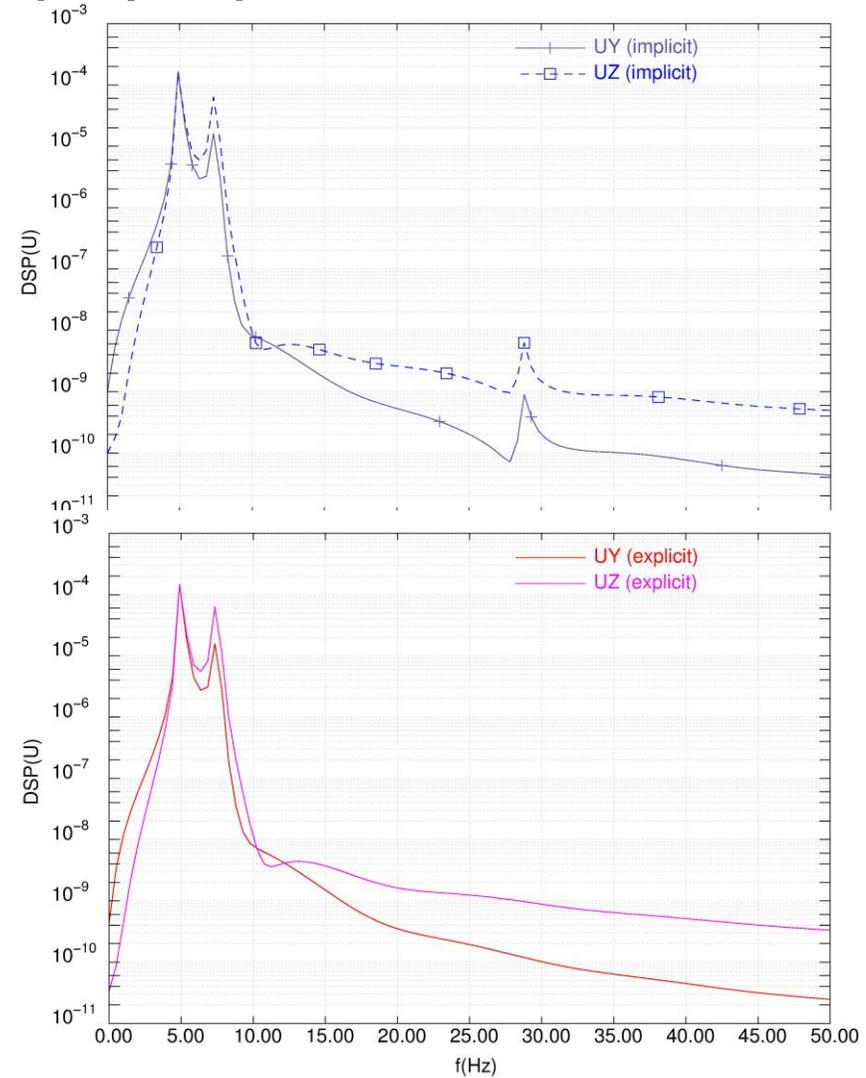
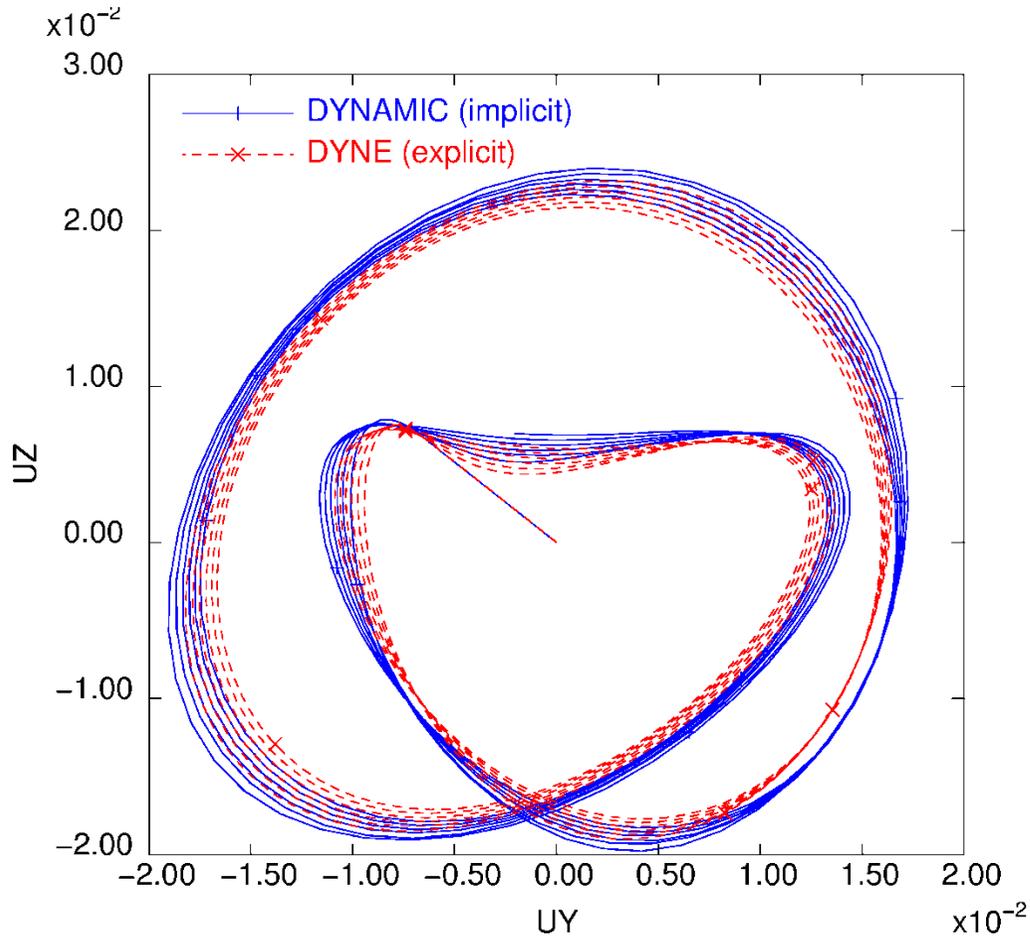
Rem : attention G couple les modes réels 2 à 2 !

Exemple rotor5



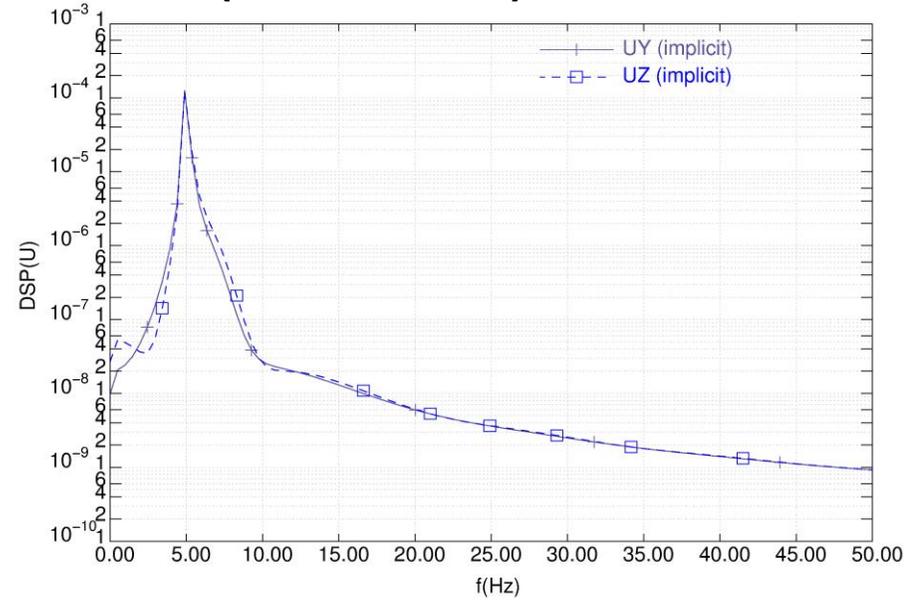
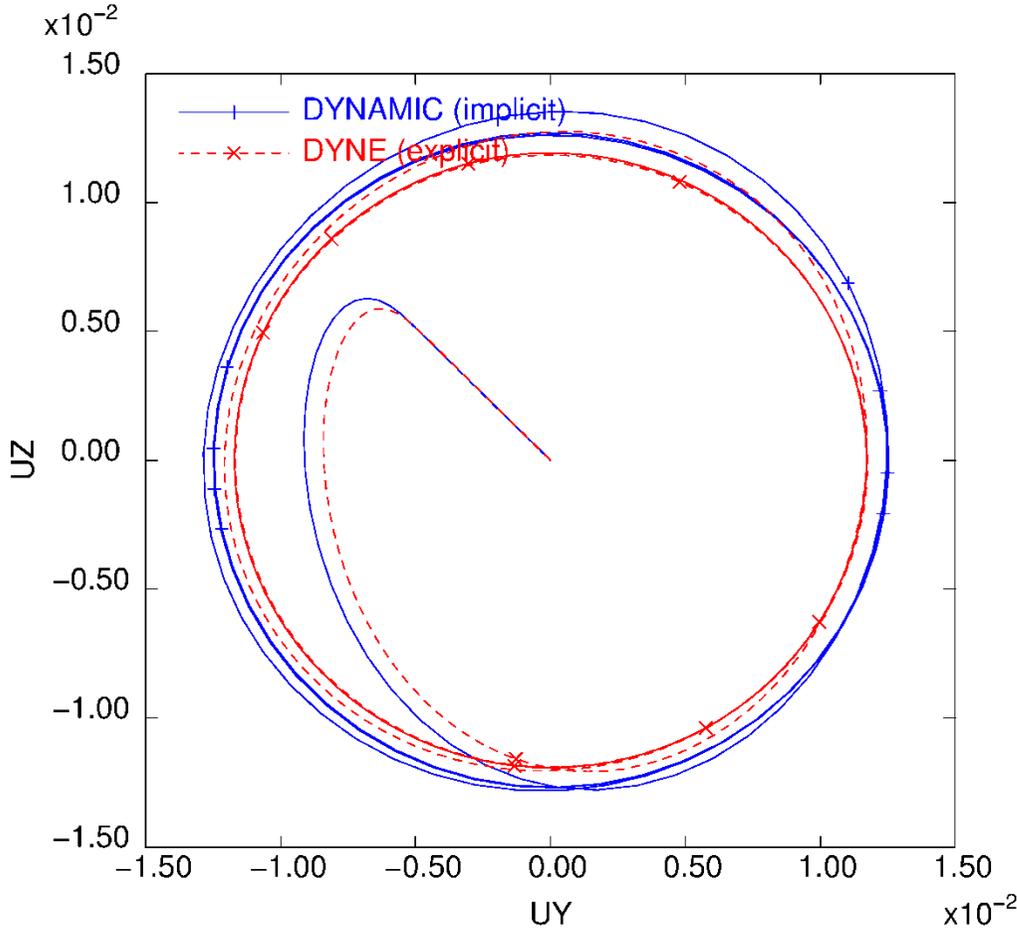
Exemple rotor5

- Analyse de l'orbite : écart base physique / modale



Exemple rotor5

- Analyse de l'orbite : amortissement (tournant) x100



Implicit + physical base

Modélisation dans le repère tournant

- Equilibre dans le repère tournant

- Repère tournant pour le rotor

- Cinématique :

- Position :

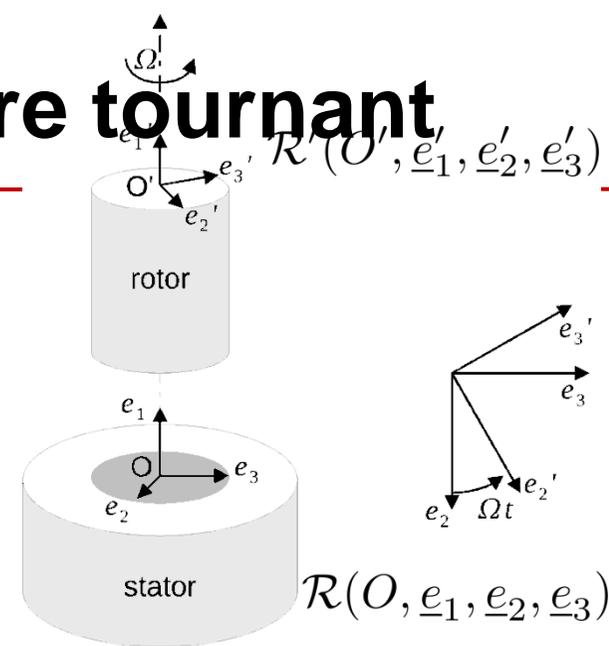
$$y = s + [R](x + u)$$

- Vitesse :

$$\dot{y} = \dot{s} + [R]\dot{u} + \underline{\Omega} \wedge ([R](x + u))$$

- Accélération :

$$[R]^T \ddot{y} = [R]^T \ddot{s} + \ddot{u} + \dot{\underline{\Omega}} \wedge (x + u) + \underline{\Omega} \wedge \underline{\Omega} \wedge (x + u) + 2\underline{\Omega} \wedge \dot{u}$$



- PPV : $\forall \delta \underline{v} \in V^0 = \{\delta \underline{v}, \text{ tel que } \delta \underline{v} = 0 \text{ sur } \partial \mathcal{D}_u\},$

$$\int_{\mathcal{D}} \rho \ddot{u} \cdot \delta \underline{v} d\mathcal{D} + \int_{\mathcal{D}} \underline{\sigma} : \delta \underline{e}(v) d\mathcal{D} = \int_{\mathcal{D}} \underline{f}_d \cdot \delta \underline{v} d\mathcal{D} + \int_{\partial \mathcal{D}_F} \underline{F}_d \cdot \delta \underline{v} d\Gamma$$

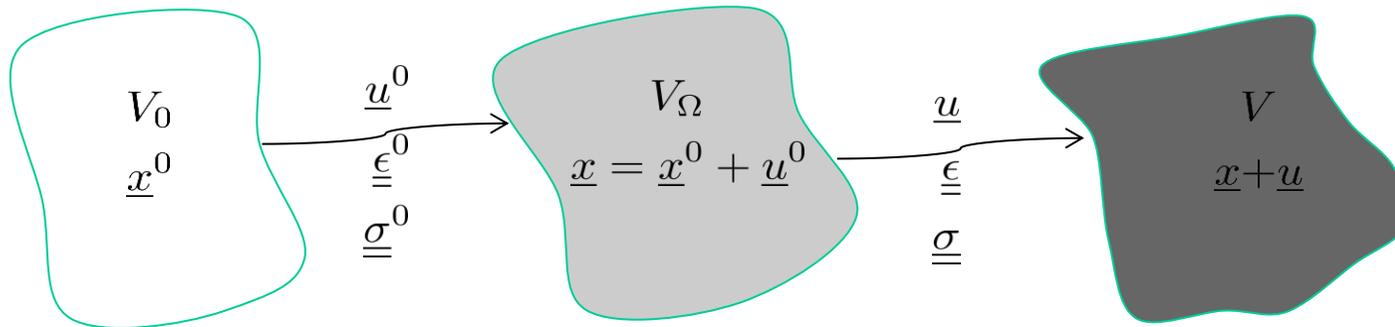
- Accélération + PPV \rightarrow Equilibre dynamique :

$$M \ddot{u} + \left[\rho \dot{\underline{\Omega}} \wedge + \rho \underline{\Omega} \wedge \underline{\Omega} \wedge \right] \underline{u} + \rho 2\underline{\Omega} \wedge \dot{\underline{u}} + F_{visc} + F_{int} = F_{ext} - M \ddot{s} - \left[\rho \dot{\underline{\Omega}} \wedge + \rho \underline{\Omega} \wedge \underline{\Omega} \wedge \right] \underline{x}$$

Effets **d'Euler**, **Centrifuge** et **de Coriolis**

Modélisation dans le repère tournant

- Méthodologie d'analyse : décomposition du mouvement
 - Etude des vibrations autour d'un état d'équilibre :



Equilibre

Hyp : équilibre statique du rotor dans son repère (et donc mouvement harmonique $+\Omega$ du stator) + eq. de liaison

Vibrations

Hyp : petits mouvements dynamique
→ on linéarise l'équilibre dynamique

$$F_{int} = F_{cent}$$

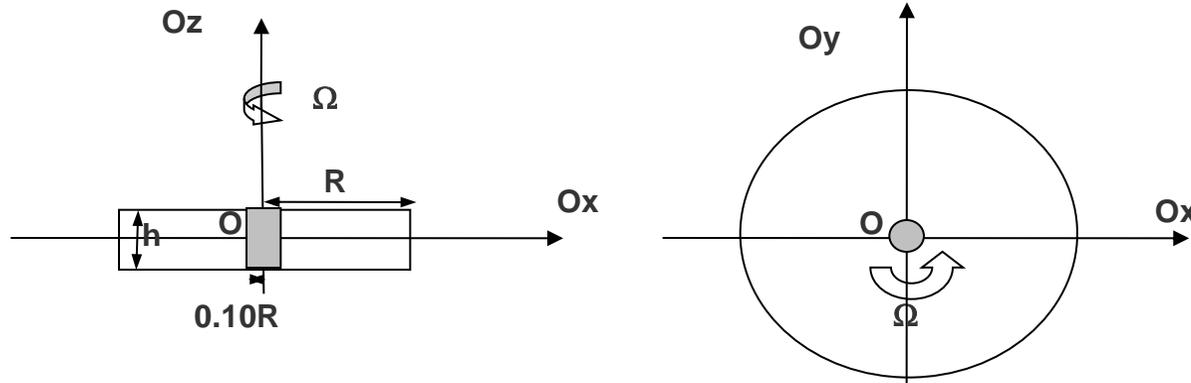
$$\int B^T \sigma^0 = -[\rho \Omega \wedge \Omega \wedge](x^0 + u^0)$$

$$\left[\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & -c \\ c & 0 \end{bmatrix} \right] \begin{pmatrix} U \\ IU \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$M \ddot{\underline{u}} + [\Omega G \wedge + C_{visc}] \dot{\underline{u}} + [\Omega^2 K_{cent} + K(\underline{\sigma}^0) + K_{elas}] \underline{u} = 0$$

Exemples

- disque en rotation



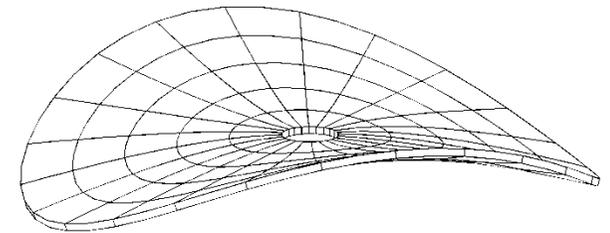
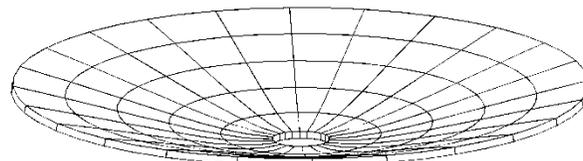
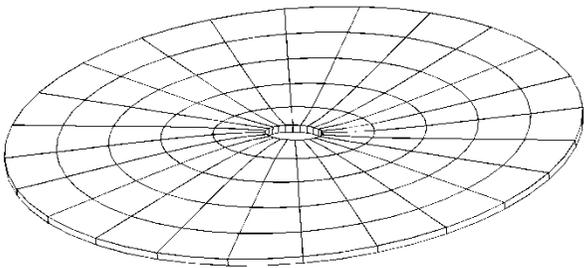
$R=0.10\text{m}$,
 $h=2.5\text{mm}$,
 $E=200000\text{MPa}$
 $r=7800\text{kg/m}^3$

- mode réel au repos :

Mode 1 et 2 - $\omega_{1,2} = 218\text{Hz}$

Mode 3 - $\omega_3 = 263\text{Hz}$

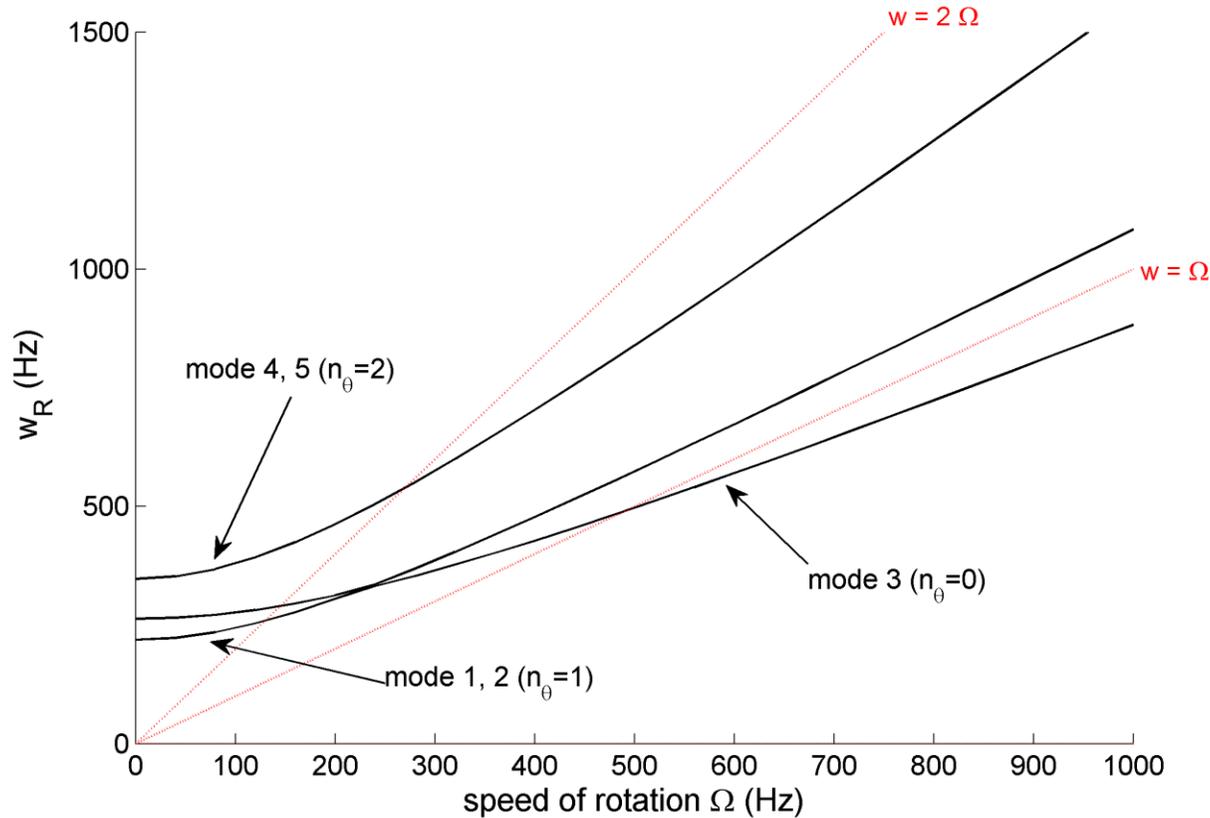
Mode 4 et 5 - $\omega_{4,5} = 347\text{Hz}$



Exemples

- disque en rotation
 - évolution des fréquences propres

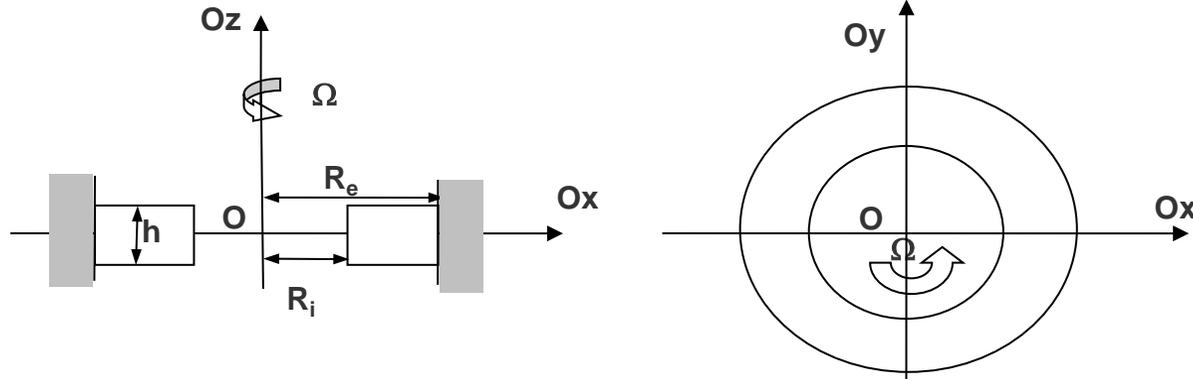
Campbell diagram



-Raidissement centrifuge assez important
-Couplage de Coriolis négligeable (contrairement à l'anneau)

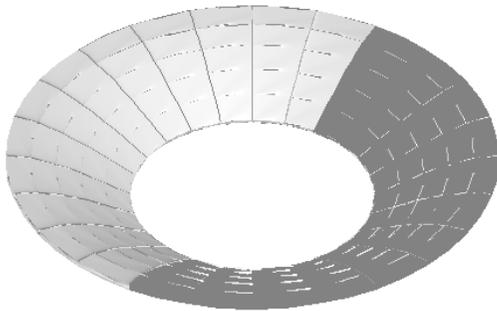
Exemples

- disque évidé et fretté

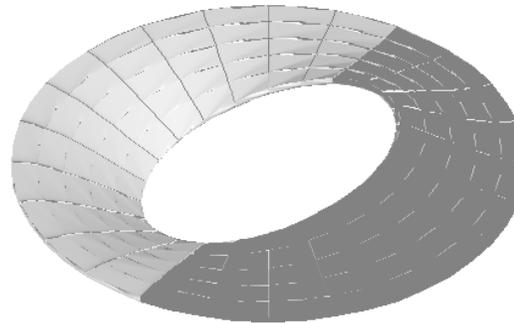


$R_e = 0.10\text{m}$
 $R_i = 0.05\text{m}$
 $h = 2.5\text{mm}$
 $E = 200000\text{MPa}$
 $\rho = 7800\text{kg/m}^3$
 $\Omega = 1000\text{ tr/s}$

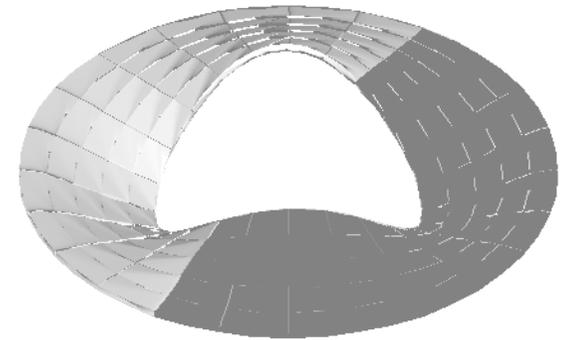
- modes complexes :



987 Hz au repos
 $n\theta = 0$



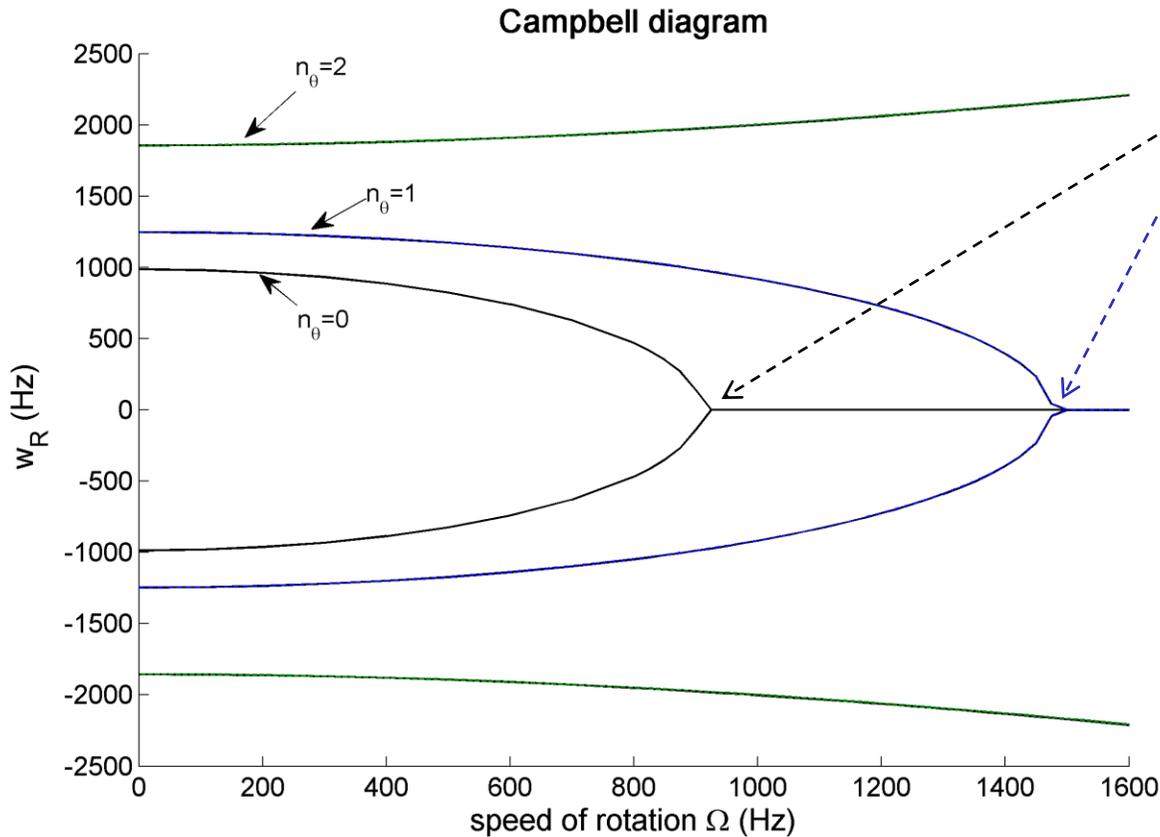
1247 Hz au repos
 $n\theta = 1$



1856 Hz au repos
 $n\theta = 2$

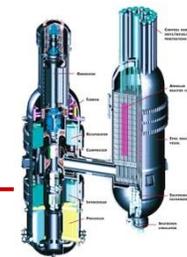
Exemples

- disque évidé et fretté
 - évolution des fréquences propres

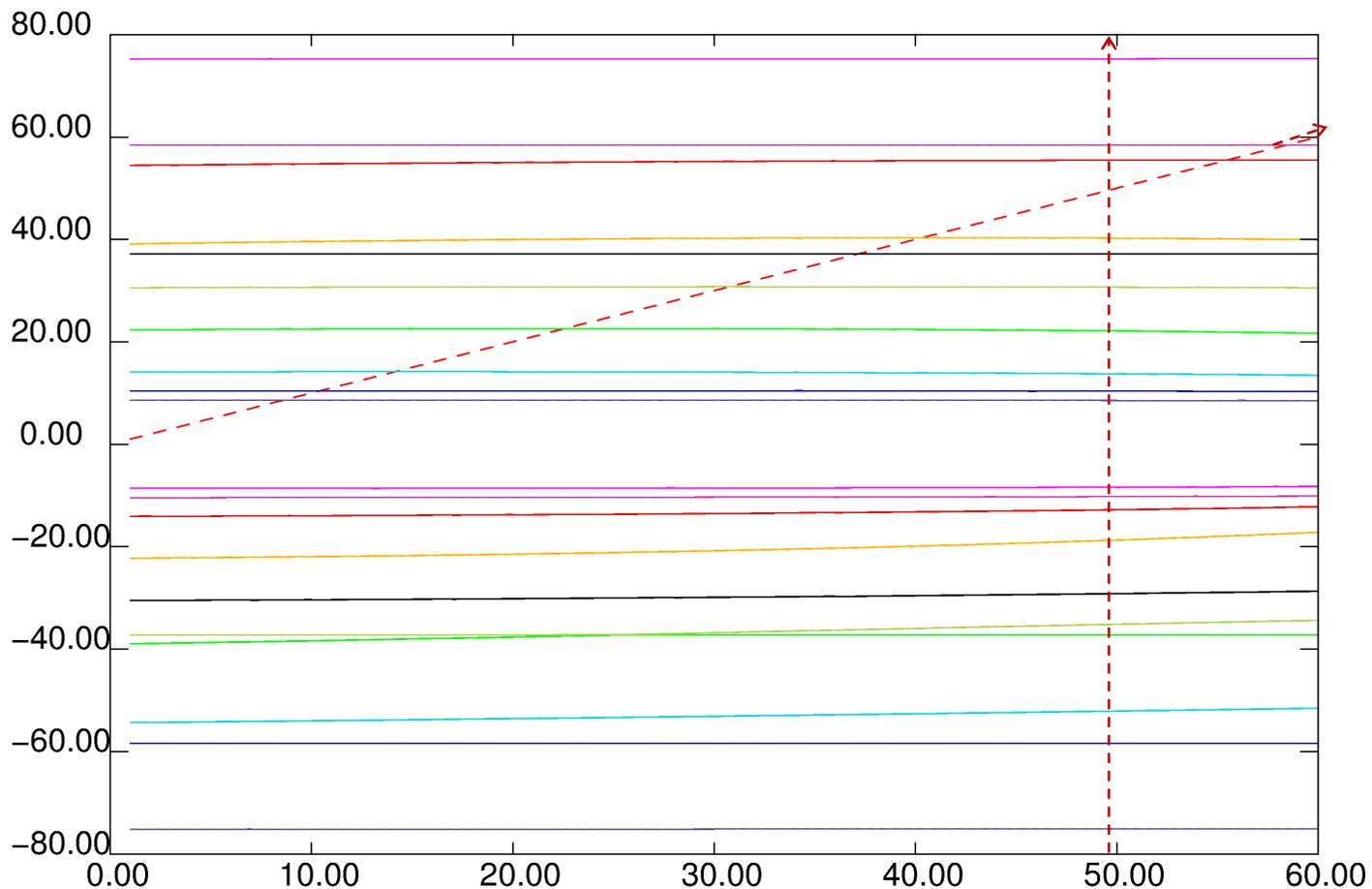
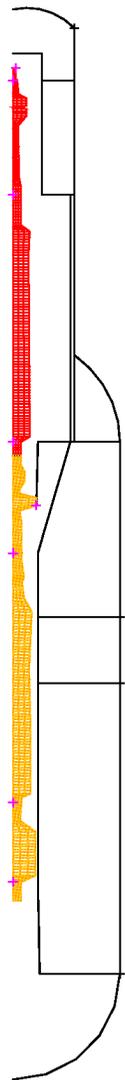


vitesses critiques déterminées à partir du pb aux valeurs propres :
 $[K^{elas} + \Omega^2 [K^{cent} + K^\sigma]] \phi = 0$
 (=calcul de flambage élastique)

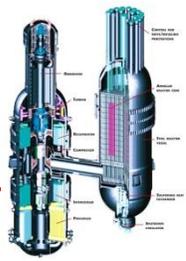
Exemple GTHMR



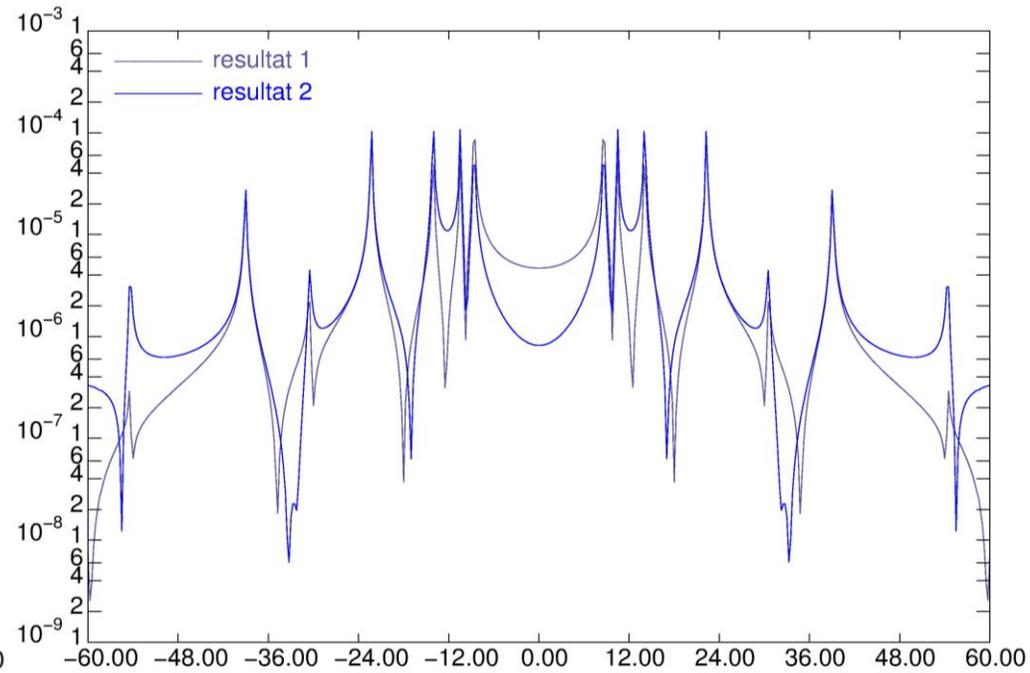
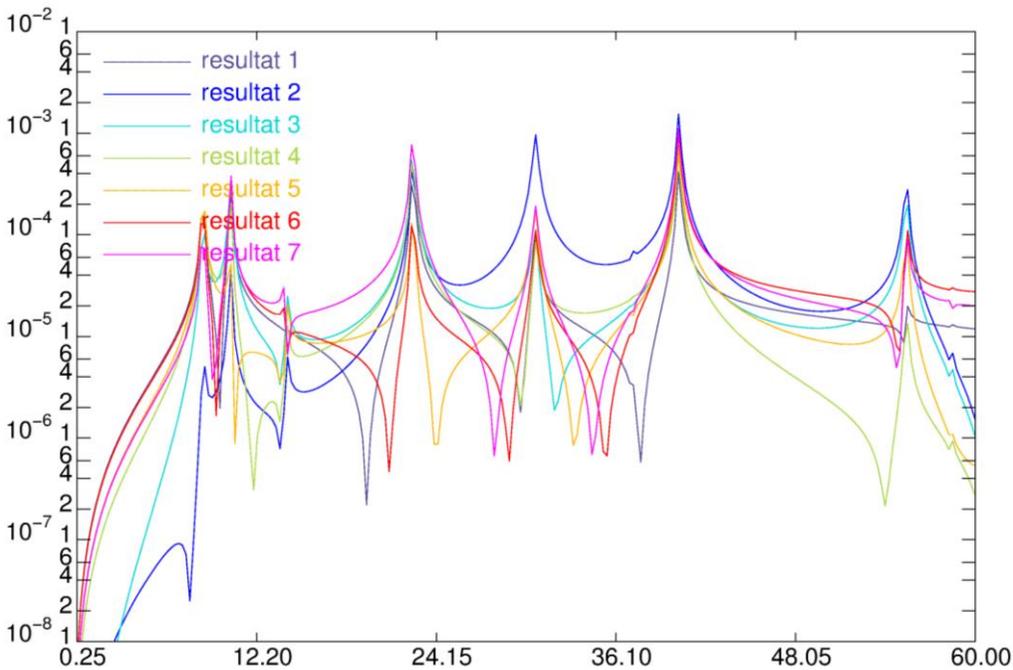
- Campbell



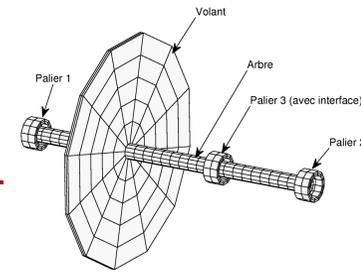
Exemple GTHMR



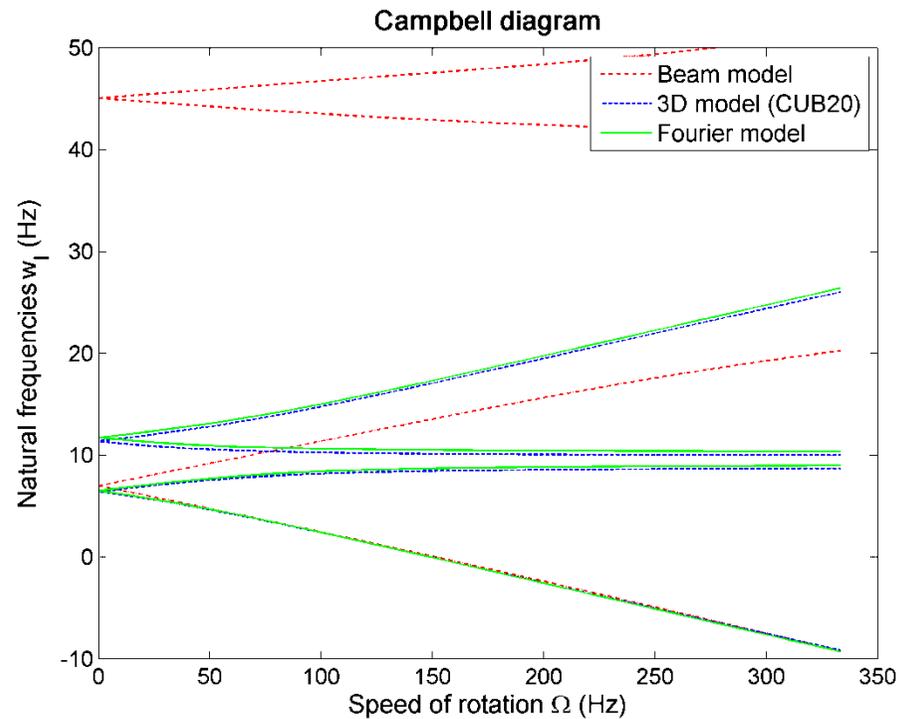
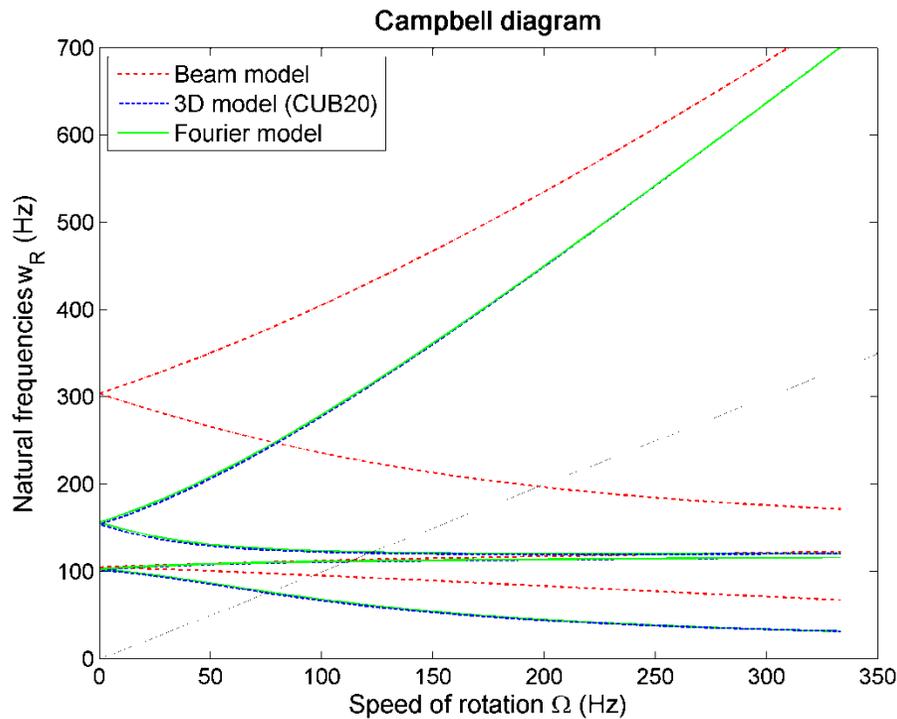
- Réponse à un balourd | à un chargement tournant



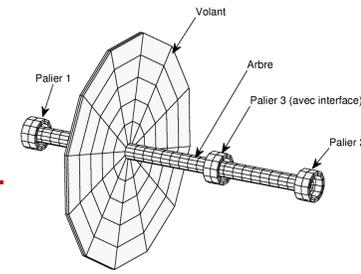
Exemple rotor2



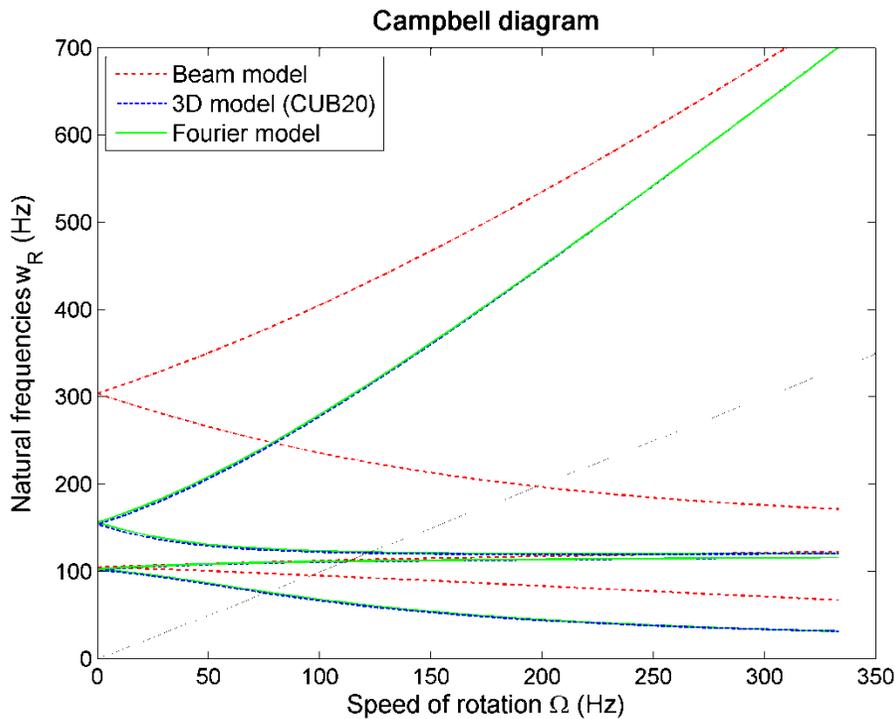
- Exemple : arbre avec volant fin et appui intermédiaire isotrope.
 - Comparaison des modèles



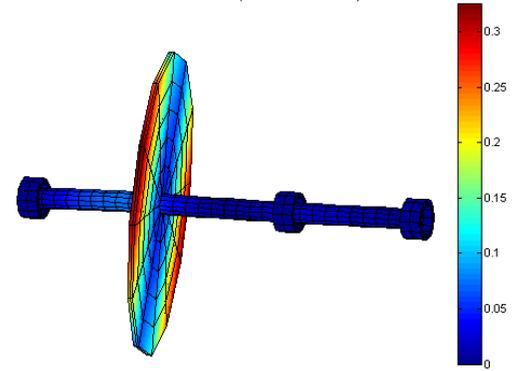
Exemple rotor2



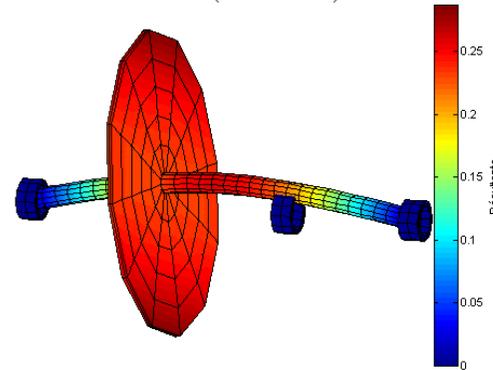
- Exemple : arbre avec volant fin et appui intermédiaire isotrope.
 - Comparaison des modèles



mode reel 3 - (f = 253.84 Hz)

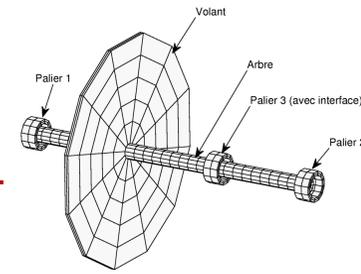


mode reel 1 - (f = 114.07 Hz)

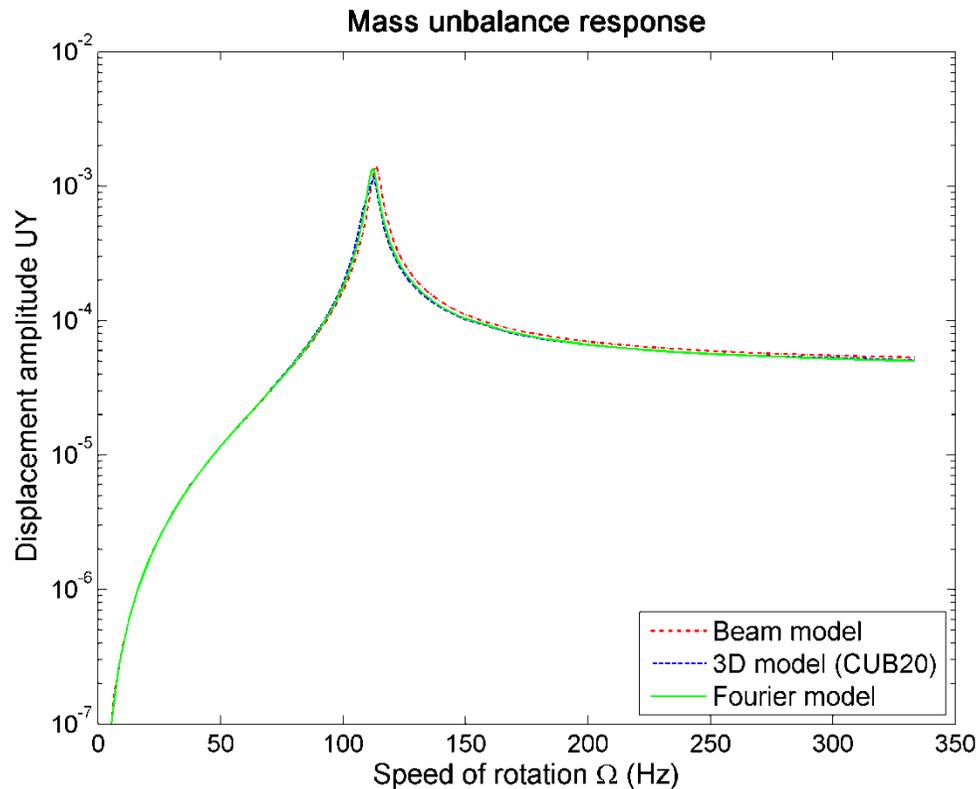


=> mauvaise
prédiction par
le modèle
poutre du
mode de
disque

Exemple rotor2

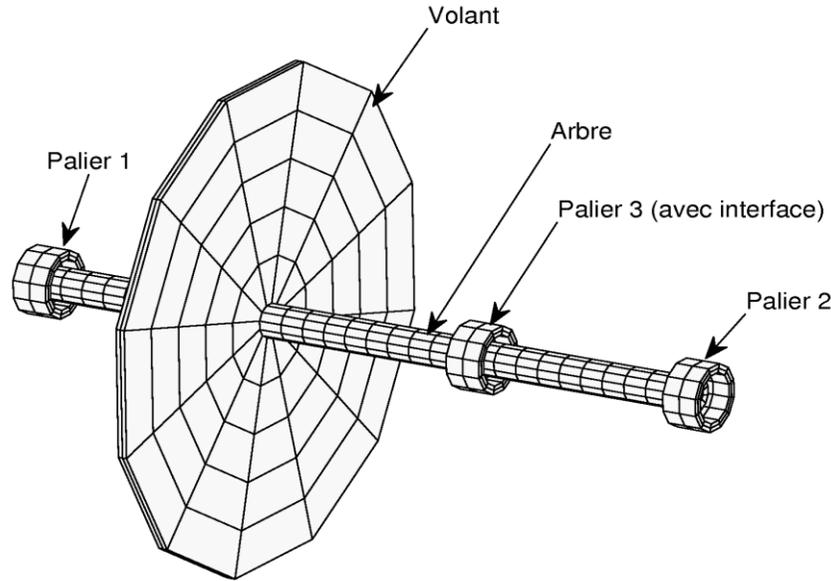


- Exemple : arbre avec volant fin et appui intermédiaire isotrope.
 - Comparaison des modèles



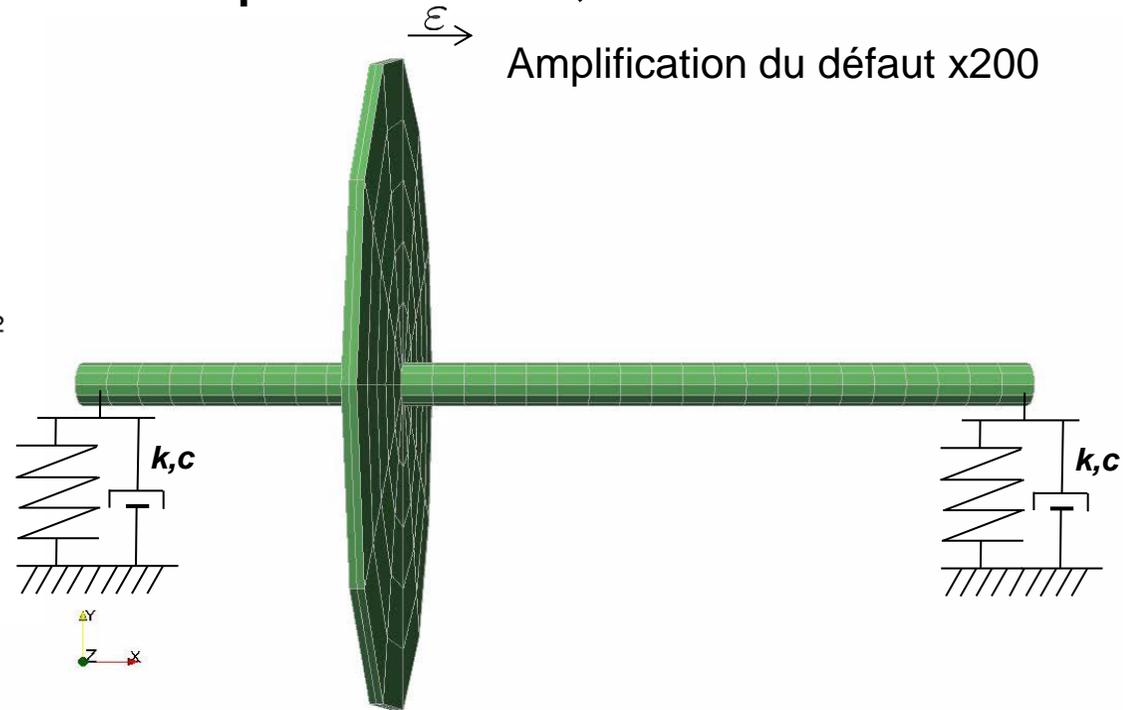
Calcul EF 3D en Non-Linéaire

- Soit un rotor avec un défaut potentiel ε ,



Palier 1 et 2 : $K=50000$; $C=0,0002K$

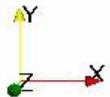
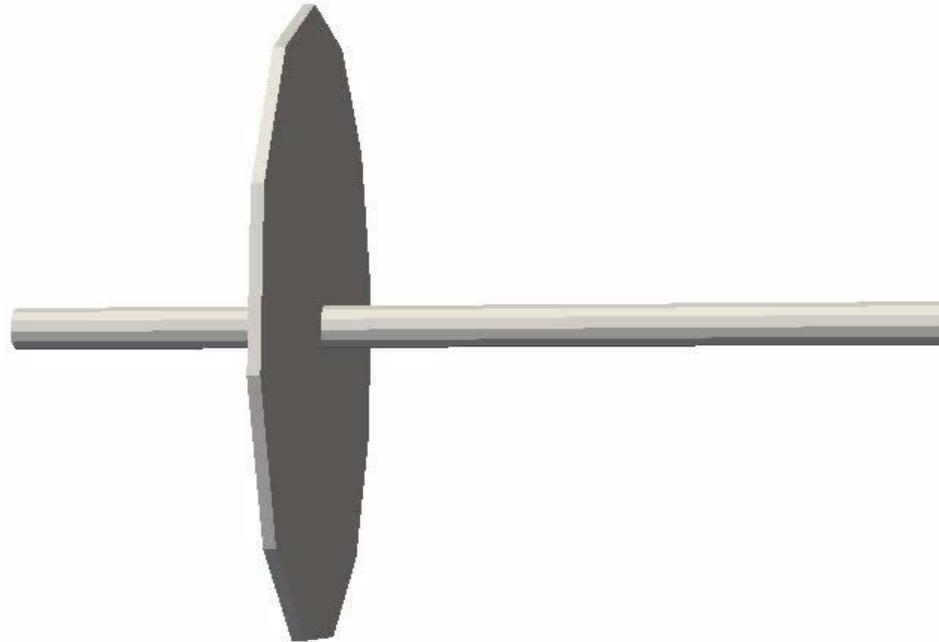
Palier 3 : $K=C=0$



- Q1 : Quelles seront les vibrations engendrées par ce déséquilibre lors de la montée en vitesse ?
- Q2 : Cette réponse sera-t-elle stable ?

Calcul EF 3D en Non-Linéaire

- Application à un rotor avec défaut
 - Montée en vitesse

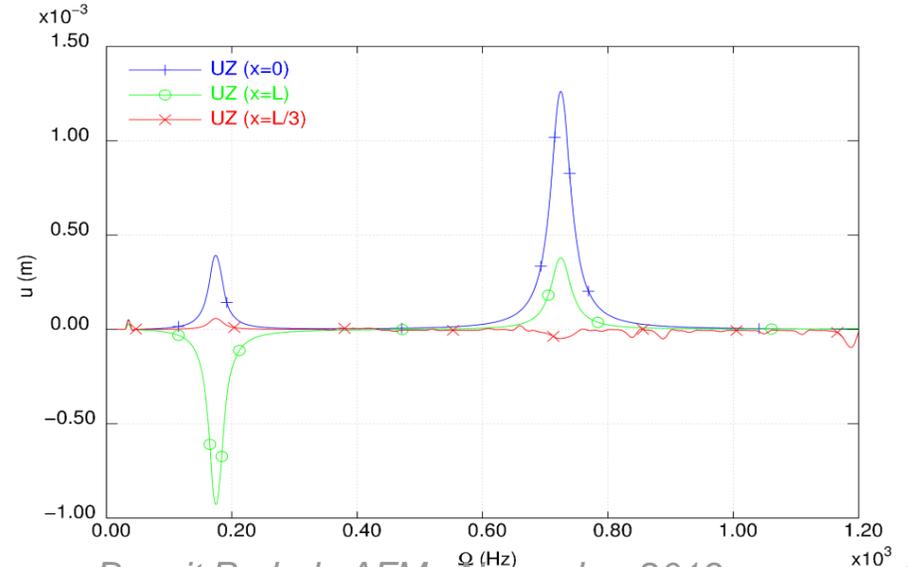
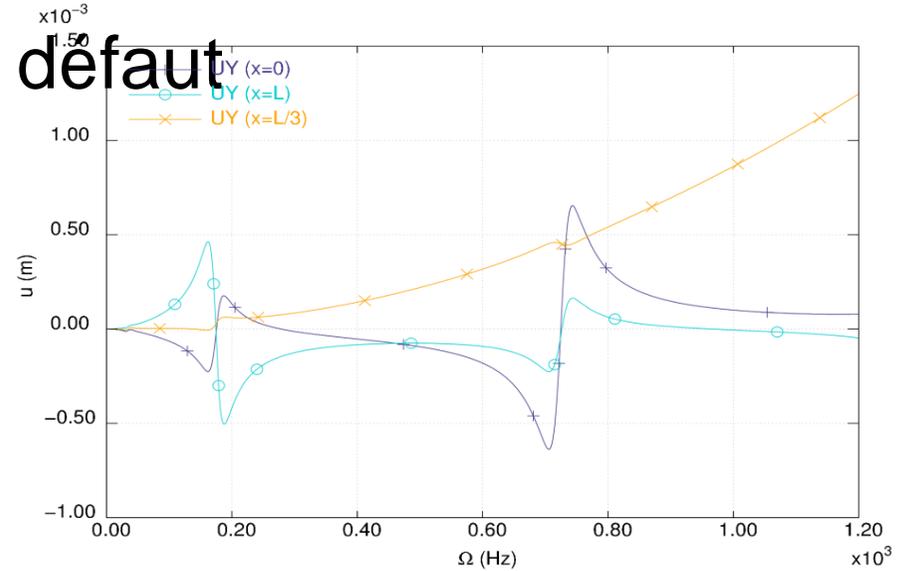
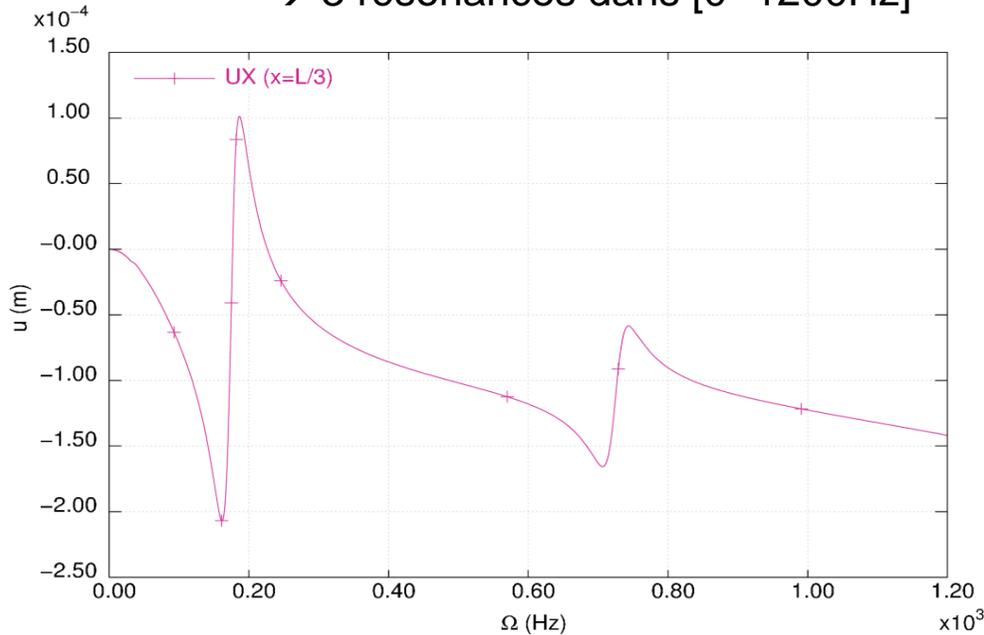


amplification x100

Calcul EF 3D en Non-Linéaire

- Application à un rotor avec défaut
 - Montée en vitesse

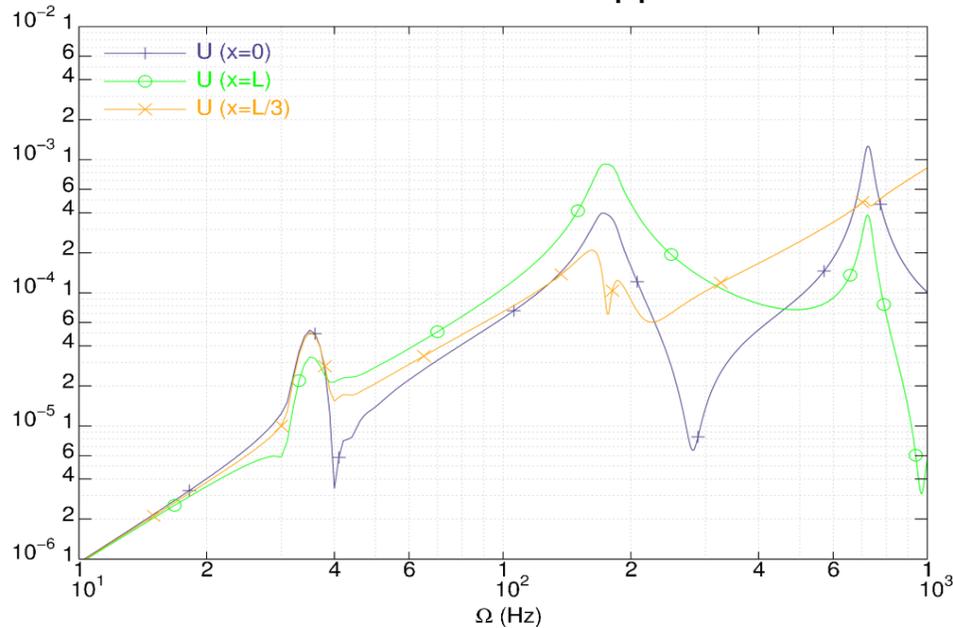
Redressement du disque se couple aux autres modes de déformation
→ 3 résonances dans [0 -1200Hz]



Calcul EF 3D en Non-Linéaire

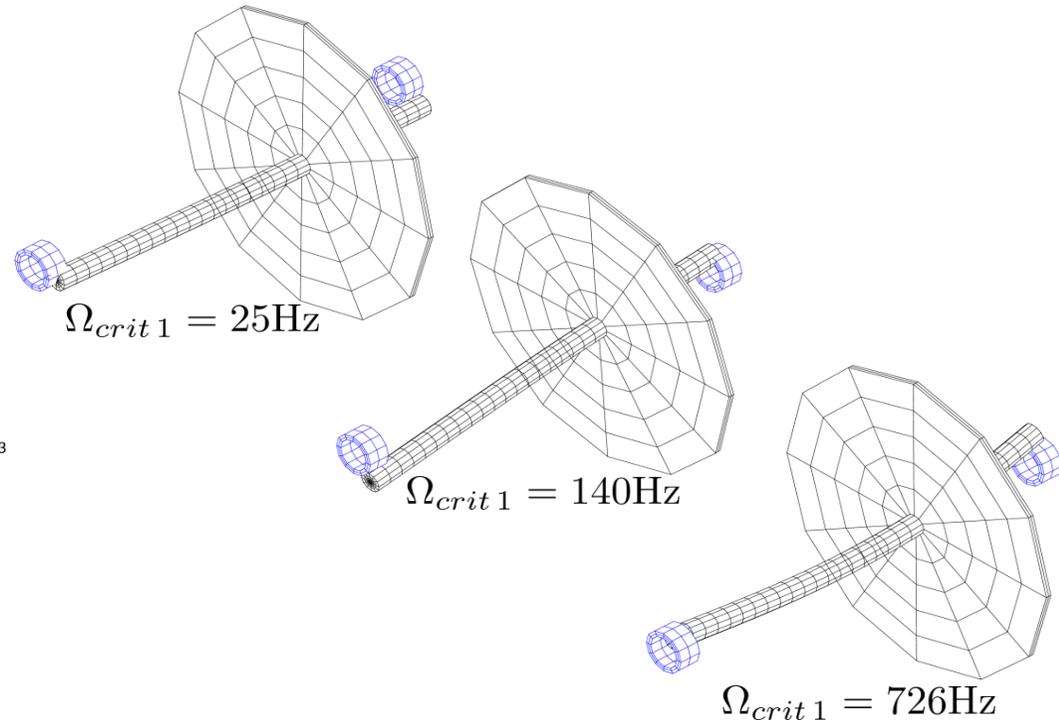
- Application à un rotor avec défaut
 - Montée en vitesse

Les résonances apparaissent aux vitesses critiques prédites linéairement

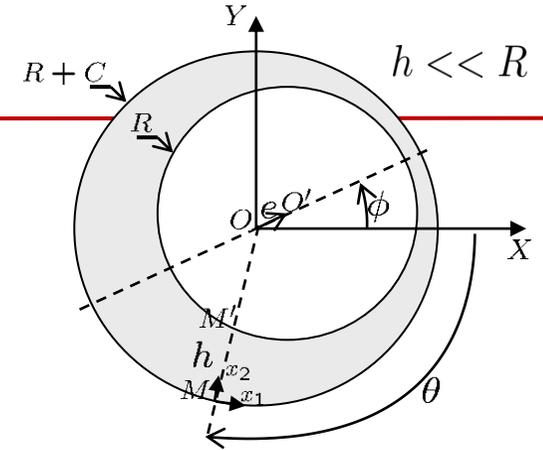


$$[K^{rot} - \Omega^2 [K^{ce} + K^{\sigma}]] U^{rot} = 0$$

$$[K^{sta} + i\Omega C - \Omega^2 M^{sta}] U^{sta} = 0$$



Squeeze film



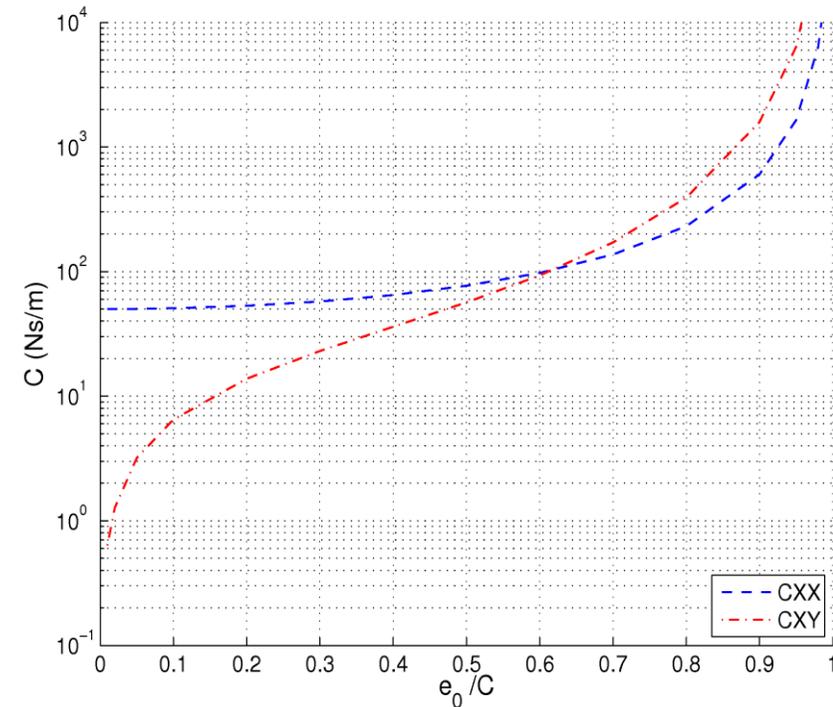
Modèles de squeeze film :

- Basés sur l'équation de Reynolds
- 3 hypothèses géométriques possibles :
 - Palier fini (hyp. linéaire) [Axisa], [Rhode et Li]
 - Palier long
 - Palier court
- Hyp : Palier court + excentrement non-nul (on ne linéarise pas autour de $e=0$) $\rightarrow C(e)$
- Amortissement obtenu pour un mouvement de rotation circulaire

$$\begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{XX} & C_{XY} \\ C_{YX} & C_{YY} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{e}_X \\ \dot{e}_Y \end{pmatrix}$$

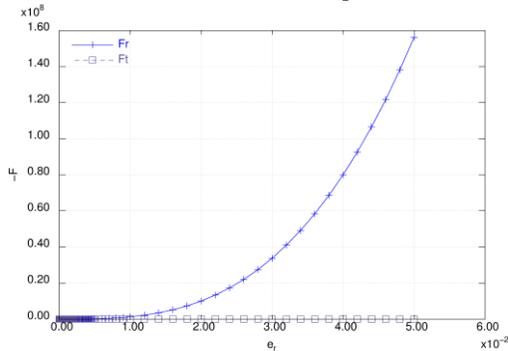
avec $C_{YX} = -C_{XY}$ et $C_{YY} = C_{XX}$

- \rightarrow Termes croisés CXY : augmente la fréquence et diminue l'amortissement apparent ?
- Application à un rotor test \rightarrow Apparition d'une résonance secondaire

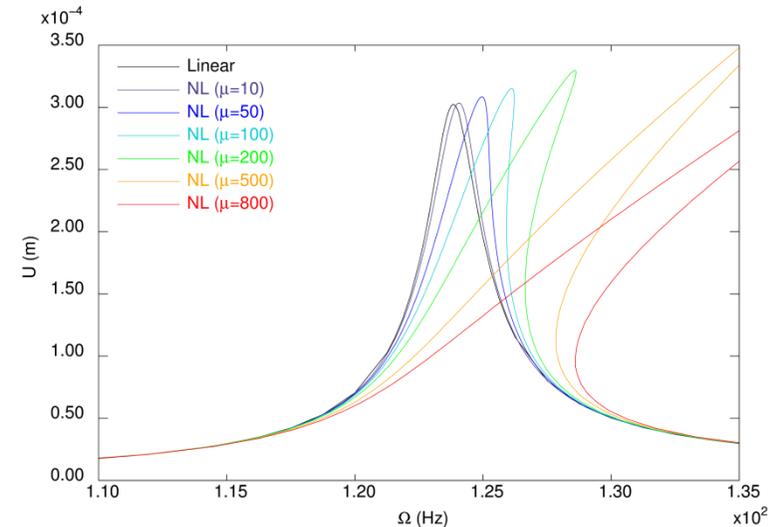
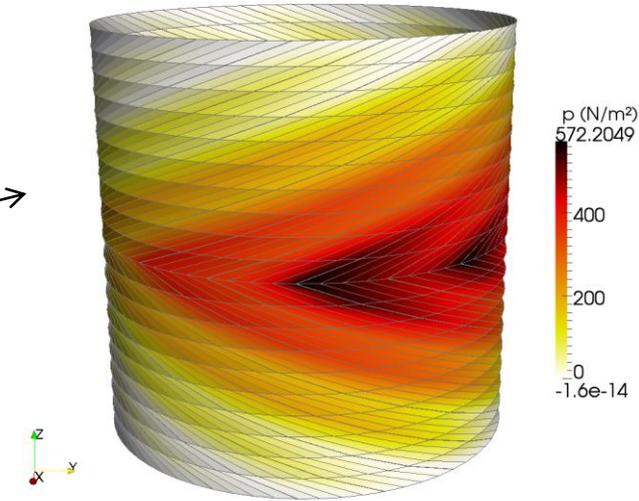


Développements en cours

- Calcul des caractéristiques NL des paliers et butées hydrodynamiques
 - Résolution de l'équation de Reynolds → par analogie avec la thermique
- caractéristiques NL



- Calcul de réponse au balourd avec ces caractéristiques NL par continuation



Unbalance Response at pbal (x=1/3) Linear-NL model

Conclusion

- Modélisation des machines tournantes par EF
 - Simplicité des modèles poutres si cinématique le permet
 - + grande généralité et efficacité des modèles en mode de Fourier pour géométrie axisymétrique
 - 3D est le + général (à coupler avec méthode de réduction de modèle car couteux en CPU)
 - Analyses linéaires → Non-linéaires pour expliquer la physique
- Bénéfice de l'utilisation de Cast3M :
 - Code développé en interne pour la recherche au CEA, mais libre pour la recherche ≠ boîte noire
 - 2 niveaux de langages : opérations élémentaires en fortran + langage utilisateur (gibiane) → Modularité du code