SAFRAN SA

GST Mécanique & Incertain :

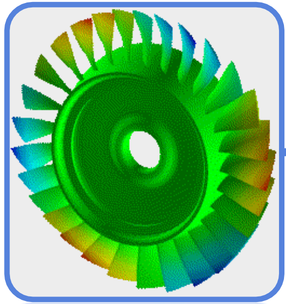
Stochastic Multiobjective Optimization of a Ring Damper on a simplified Blisk model

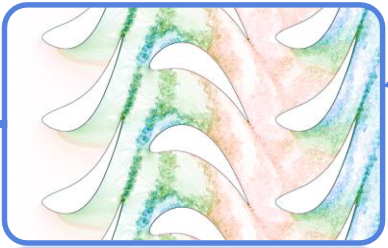
Quentin Mercier

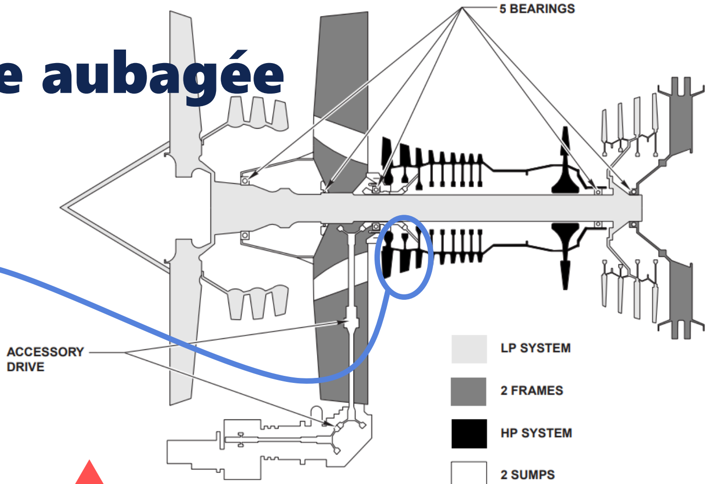
13/07/2023

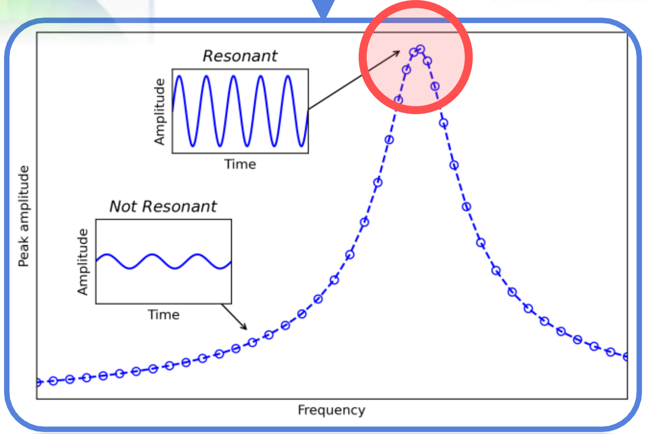
SAFRAN

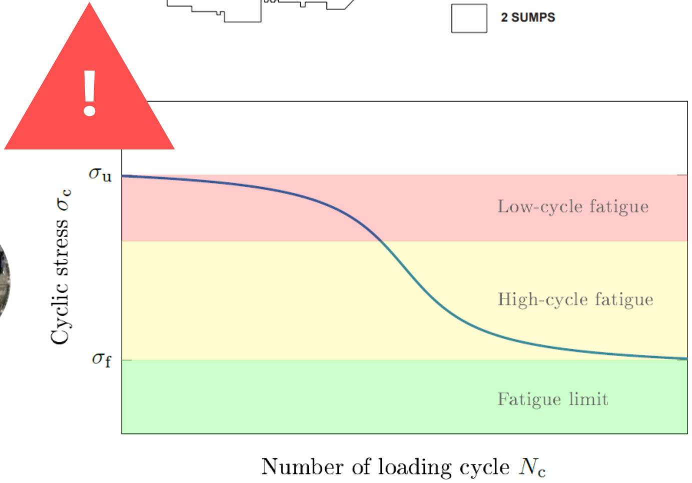
Vibrations et durée de vie HCF sur roue aubagée



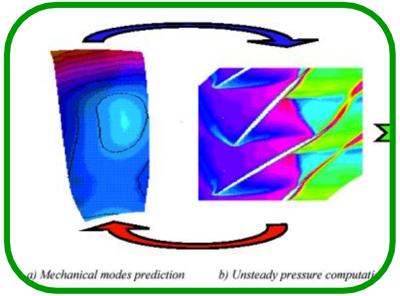


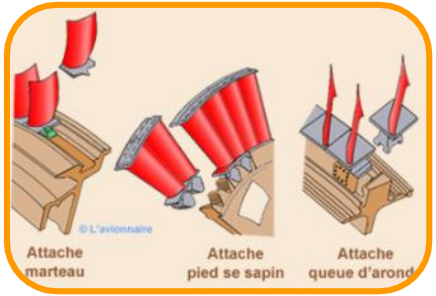






Dispositifs amortissants



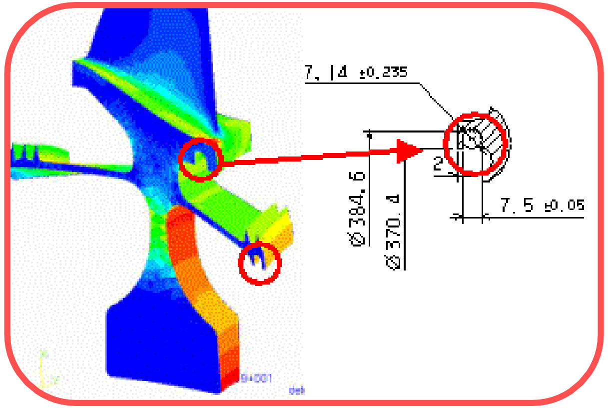


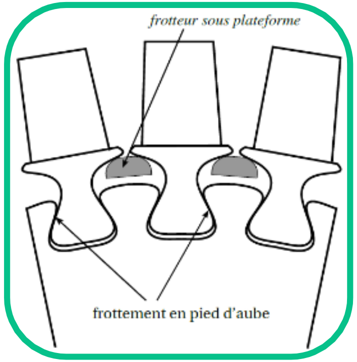
Amortissements naturels :

- Matériau (généralement faible pour les métaux)
- Aérodynamique (effets stabilisants ou déstabilisants)
- Frottements (assemblages)

Amortissements supplémentaires par frottement :

- Amortisseurs sous-plateforme
- Joncs amortissants

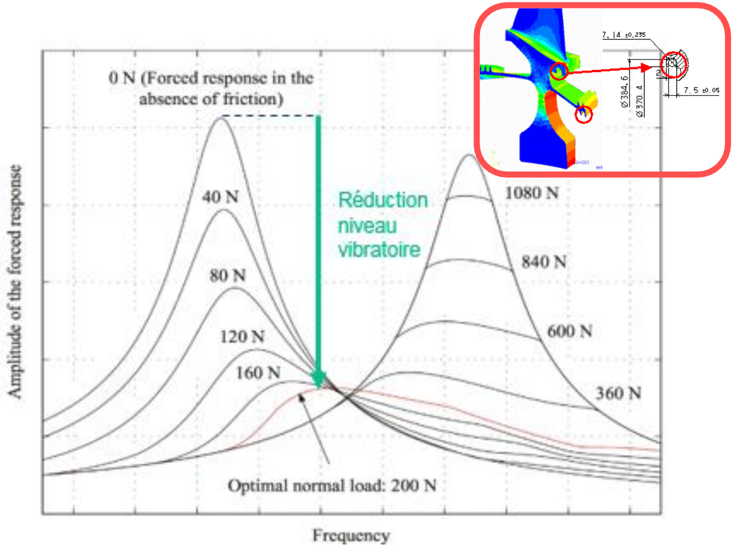




Importance des dispositifs à friction

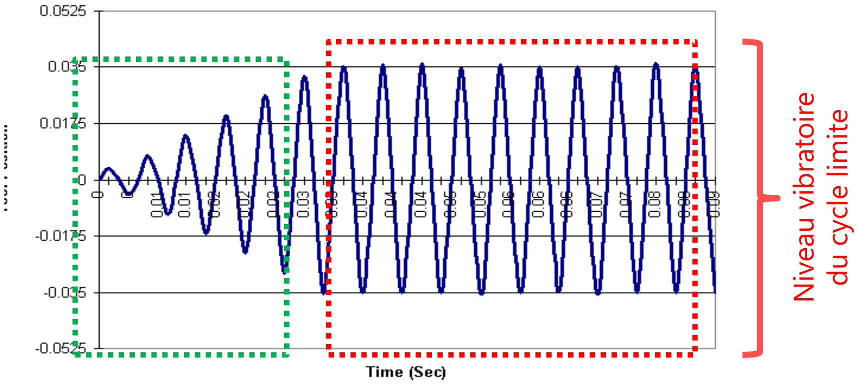
Réponse forcée :

- Bien maîtrisé, le contact frottant permet de minimiser les amplitudes de vibrations
- Efficacité prouvée expérimentalement :
  - Réduction de près de **80%** des niveaux vibratoires



Stabilité :

- Maîtrise des niveaux vibratoires des cycles limites (niveaux acceptables vs limite d'endurance matériau)
- Augmentation marge de stabilité vis-à-vis du flottement



Généralités sur la vibration de roues aubagées (HBM)

Hypothèse sur la solution :

$$x(t) = \sum_{k=0}^{n_h} c_k \cdot \cos(k\omega t) + s_k \cdot \sin(k\omega t)$$

Passage au fréquentiel :

$$\left[-(k\omega)^2\mathbb{M} + ik\omega\mathbb{C} + \mathbb{K}\right]\tilde{x}_k = \tilde{F}_k^{ext}(\omega)$$

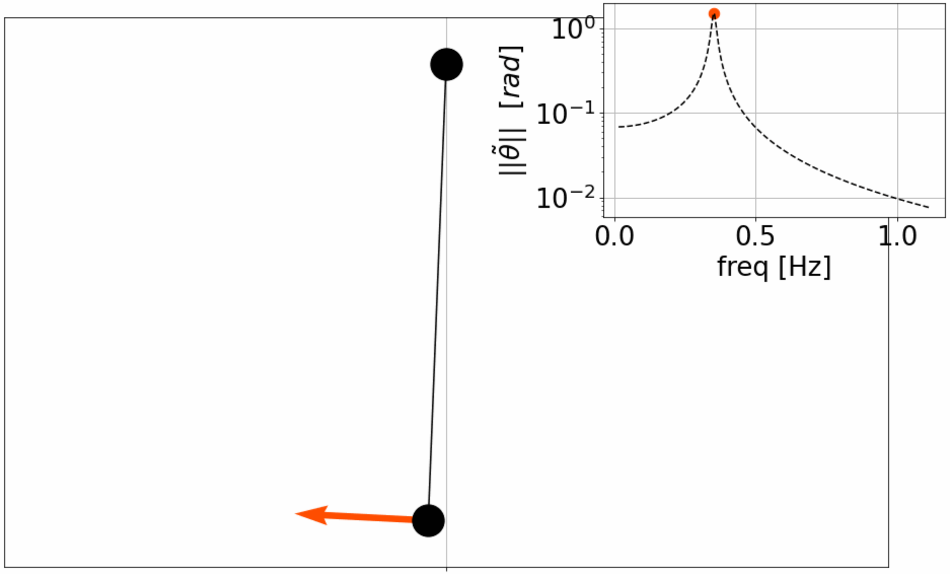
Equation du pendule simple avec effort :

$$\ddot{\theta}(t) - \frac{g}{R} \cdot \sin(\theta(t)) = \frac{F^{ext}}{mR}\cos(\omega t)$$

$$\theta \approx 0 \Rightarrow \sin(\theta) \approx \theta$$

$$\ddot{\theta}(t) - \frac{g}{R} \cdot \theta(t) = \frac{F^{ext}}{mR}\cos(\omega t)$$

Avantages	Inconvénients
• Pas de transitoire	• Multiplication des dofs en fonction du nombre d'harmoniques (2*nh+1) • Possiblement pas de solution sous forme de série de Fourier

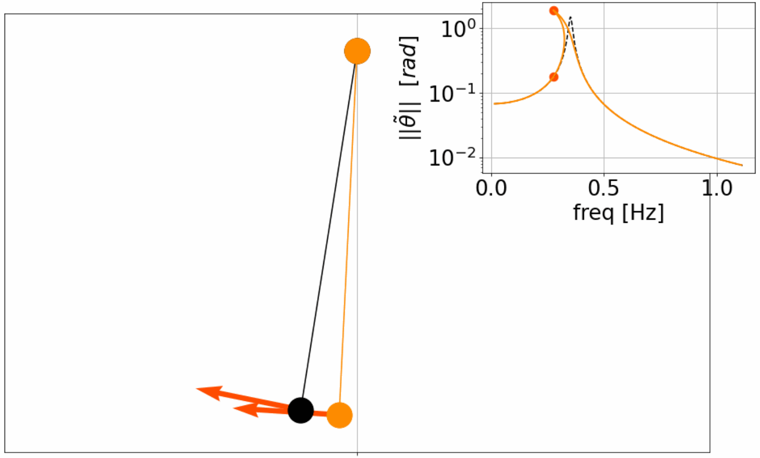


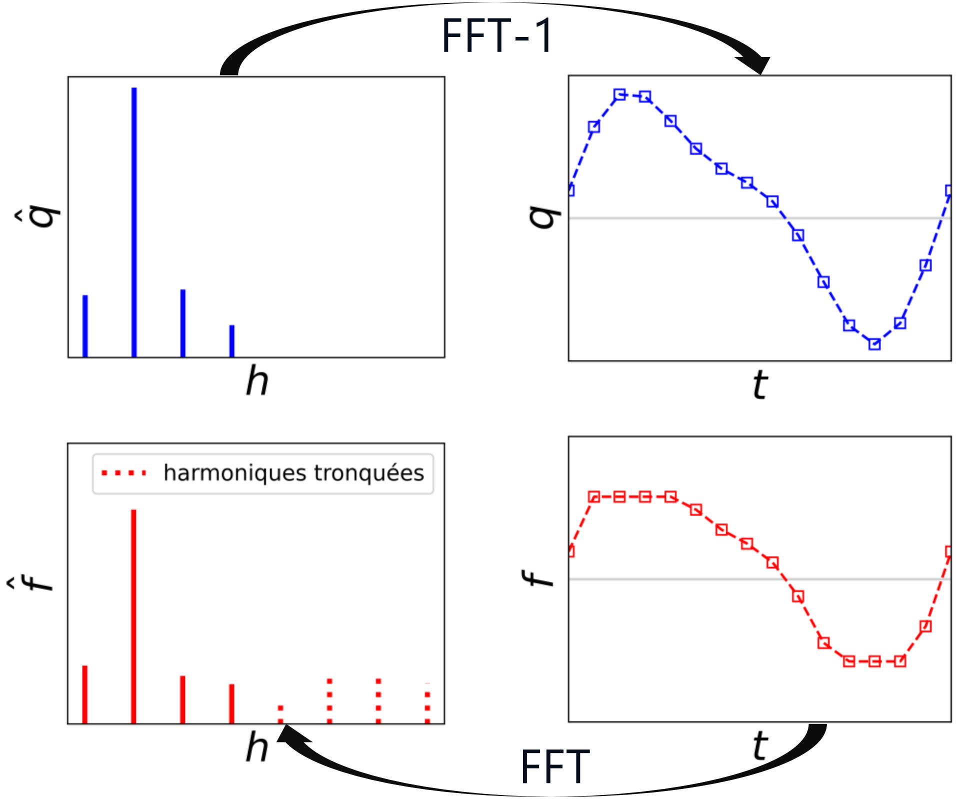
Généralités sur la vibration de roues aubagées (HBM)

Suppression de l'hypothèse de petits déplacements :

- Comment prendre en compte le terme non-linéaire ?

$$\ddot{\theta}(t) - \frac{g}{R} \cdot \sin(\theta(t)) = \frac{F^{ext}}{mR} \cos(\omega t)$$





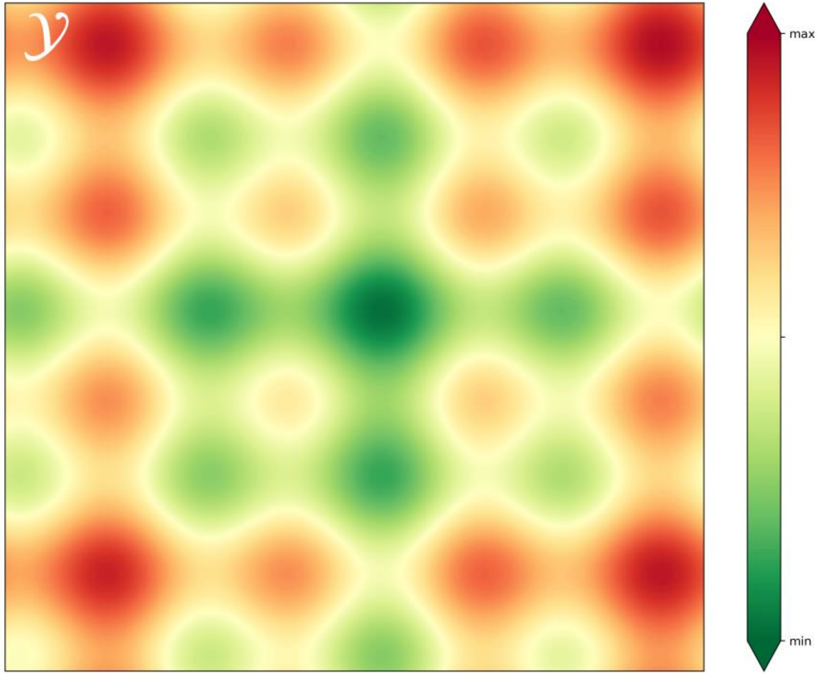
Généralités sur l'optimisation multiobjectif

Optimisation :

Recherche d'un ou des meilleurs éléments d'un ensemble.

- Capacité à comparer les éléments => relations binaires
- Utilisation de la notion de minimum

$$\min(\mathcal{Y}, \leq_{\mathcal{Y}}) = \{\mathbf{y}^\star \in \mathcal{Y},\ \forall y \in \mathcal{Y} \quad \mathbf{y}^\star \leq_{\mathcal{Y}} \mathbf{y}\}$$



Généralités sur l'optimisation multiobjectif

Optimisation :

Recherche d'un ou des meilleurs éléments d'un ensemble.

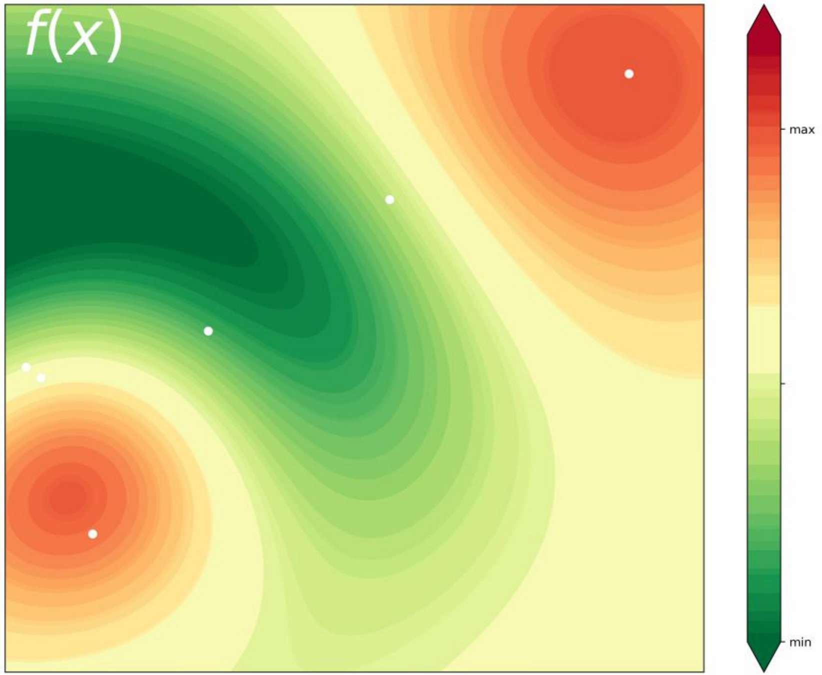
- Capacité à comparer les éléments => relations binaires
- Utilisation de la notion de minimum

$$\min(\mathcal{Y}, \leq_{\mathcal{Y}}) = \{\mathbf{y}^{\star} \in \mathcal{Y},\ \forall y \in \mathcal{Y} \quad \mathbf{y}^{\star} \leq_{\mathcal{Y}} \mathbf{y}\}$$

Objectif | Fonction de coût :

Souvent, les éléments de l'ensemble d'intérêt ne sont accessibles qu'à travers une fonction appelée fonction objectif ou fonction coût :

$$\begin{aligned} f\ :\ &\mathcal{X} \to \mathcal{Y} \\ &\mathbf{x} \mapsto f(\mathbf{x}) \end{aligned}$$



Généralités sur l'optimisation multiobjectif

Optimisation :

Recherche d'un ou des meilleurs éléments d'un ensemble.

- Capacité à comparer les éléments => relations binaires
- Utilisation de la notion de minimum

$$\min(\mathcal{Y}, \leq_{\mathcal{Y}}) = \{\mathbf{y}^\star \in \mathcal{Y},\ \forall y \in \mathcal{Y} \quad \mathbf{y}^\star \leq_{\mathcal{Y}} \mathbf{y}\}$$

Objectif | Fonction de coût :

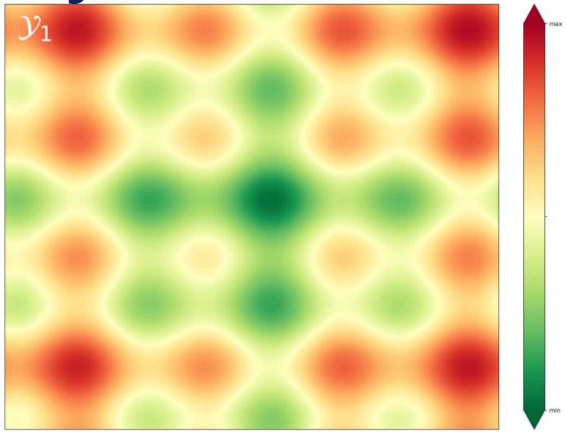
Souvent, les élément de l'ensemble d'intérêt ne sont accessibles qu'à travers une fonction appelée fonction objectif ou fonction coût :

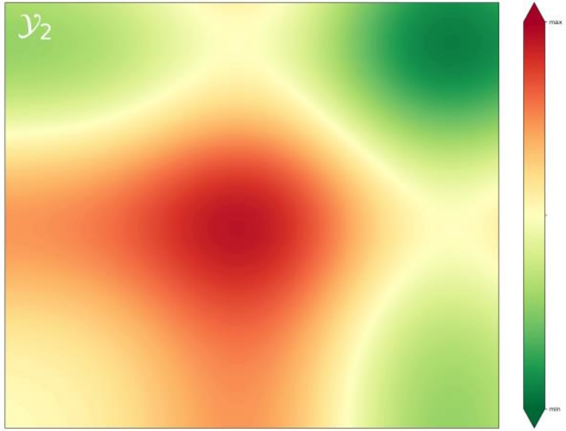
$$\begin{aligned} f \ : \ & \mathcal{X} \to \mathcal{Y} \\ & \mathbf{x} \mapsto f(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

Problème :

Quand l'espace est à valeur vectorielle, comment compare-t-on les éléments de l'ensemble ?

$$\min(\mathcal{Y}, \leq_{\mathcal{Y}}) = \min_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} \{f_1(\mathbf{x}), \ldots, f_m(\mathbf{x})\}$$





Généralités sur l'optimisation multiobjectif

Agrégation :

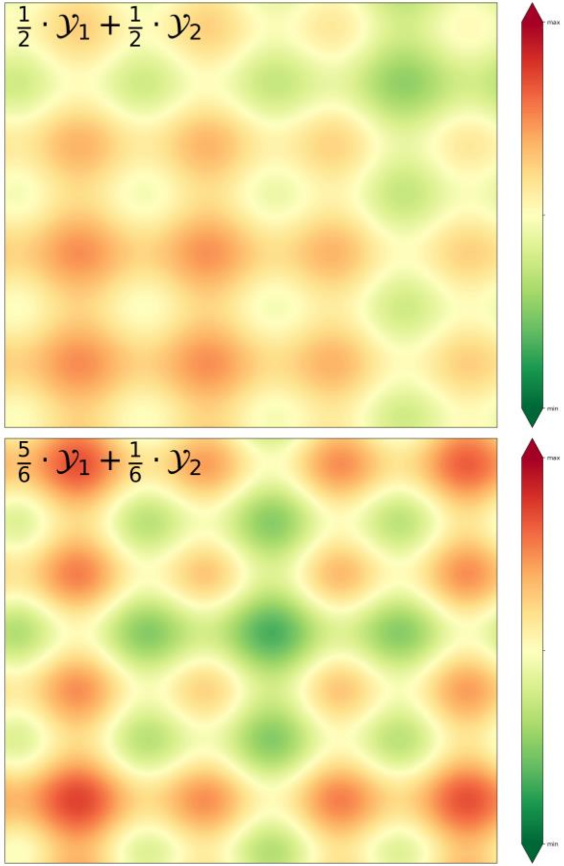
On se ramène à un espace ordonné usuel en composant la fonction objectif initiale avec une fonction d'agrégation

$$\begin{aligned} g \,:\, &\mathcal{Y} \to \mathbb{R} \\ &\mathbf{y} \mapsto \sum_i \alpha_i \cdot \mathbf{y}_i \end{aligned}$$

Avantages	Inconvénients
• Simplicité de mise en place • Tous les algorithmes classiques à disposition • Une maitrise relative pour une solution unique	• Mélange possible « d'unités » • Pas de maîtrise du compromis • Seulement la faible Pareto optimalité de garantie

Les solveurs classiques d'équations résiduelles sont tous basés sur ce principe en prenant la fonction d'agrégation comme une distance.

$$\begin{aligned} g \,:\, &\mathcal{Y} \to \mathbb{R} \\ &\mathbf{y} \mapsto \sqrt{\sum_i \mathbf{y}_i^2} \end{aligned}$$

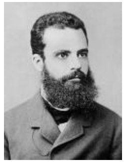


Généralités sur l'optimisation multiobjectif

Dominance de Pareto :

Constitue un préordre sur l'espace des performances

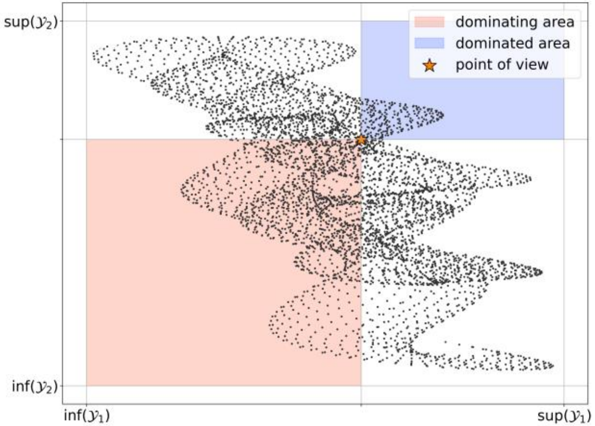
$$f(\mathbf{x}^\star) \prec_{\mathcal{P}} f(\mathbf{x}) \Rightarrow \begin{cases} \forall i, & f_i(\mathbf{x}^\star) \leq f_i(\mathbf{x}) \\ \exists k, & f_k(\mathbf{x}^\star) < f_k(\mathbf{x}) \end{cases}$$

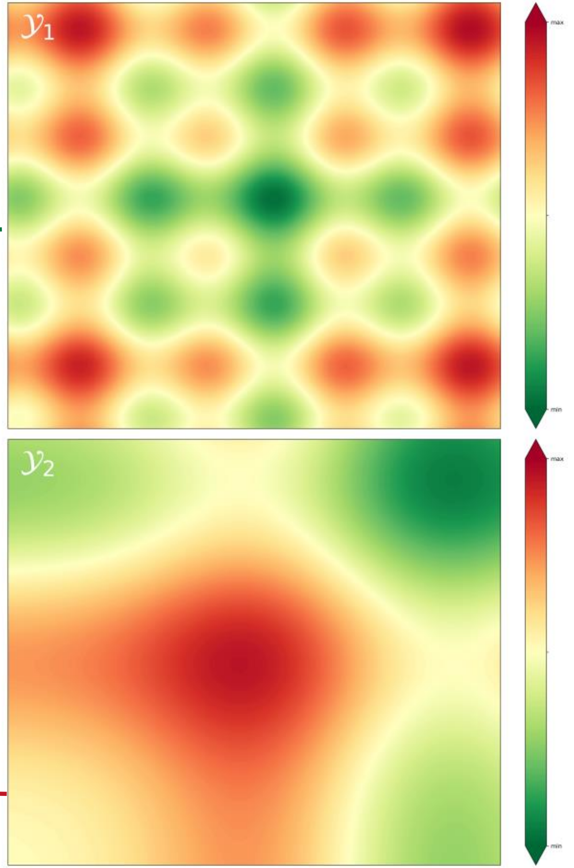


Optimisation sur un espace préordonné :

Recherche d'un ou des meilleurs éléments d'un ensemble.

$$\min\left(\mathcal{Y}, \preceq_{\mathcal{Y}}\right) = \{\mathbf{y}^\star \in \mathcal{Y},\ \forall \mathbf{y} \in \mathcal{Y}, \mathbf{y} \preceq_{\mathcal{Y}} \mathbf{y}^\star \Rightarrow \mathbf{y} \equiv_{\mathcal{Y}} \mathbf{y}^\star\}$$





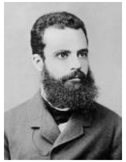
SAFRAN

Généralités sur l’optimisation multiobjectif

Dominance de Pareto :

Constitue un préordre sur l’espace des performances

$$f(\mathbf{x}^\star) \prec_{\mathcal{P}} f(\mathbf{x}) \Rightarrow \begin{cases} \forall i, & f_i(\mathbf{x}^\star) \leq f_i(\mathbf{x}) \\ \exists k, & f_k(\mathbf{x}^\star) < f_k(\mathbf{x}) \end{cases}$$



Optimisation sur un espace préordonné :

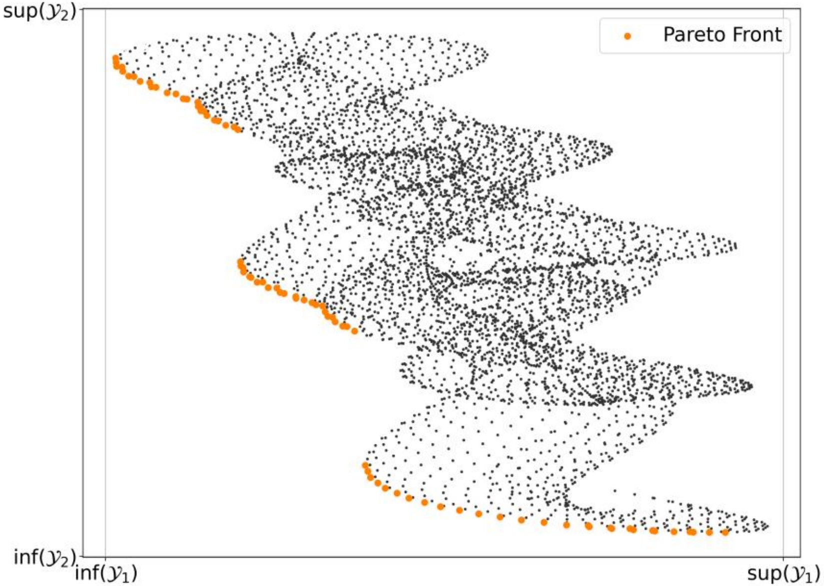
Recherche d’un ou des meilleurs éléments d’un ensemble.

$$\min\left(\mathcal{Y}, \preceq_{\mathcal{Y}}\right) = \left\{\mathbf{y}^\star \in \mathcal{Y}, \forall \mathbf{y} \in \mathcal{Y}, \mathbf{y} \preceq_{\mathcal{Y}} \mathbf{y}^\star \Rightarrow \mathbf{y} \equiv_{\mathcal{Y}} \mathbf{y}^\star\right\}$$

Avantages	Inconvénients
• Accès au compromis conservé dans la formulation • Recherche de plusieurs solutions (choix)	• Des algorithmes spécifiques • Recherche de plusieurs solutions (coût) • Visualisation parfois complexe

Front de Pareto :

L’ensemble des points non-dominés et incomparables entre eux.



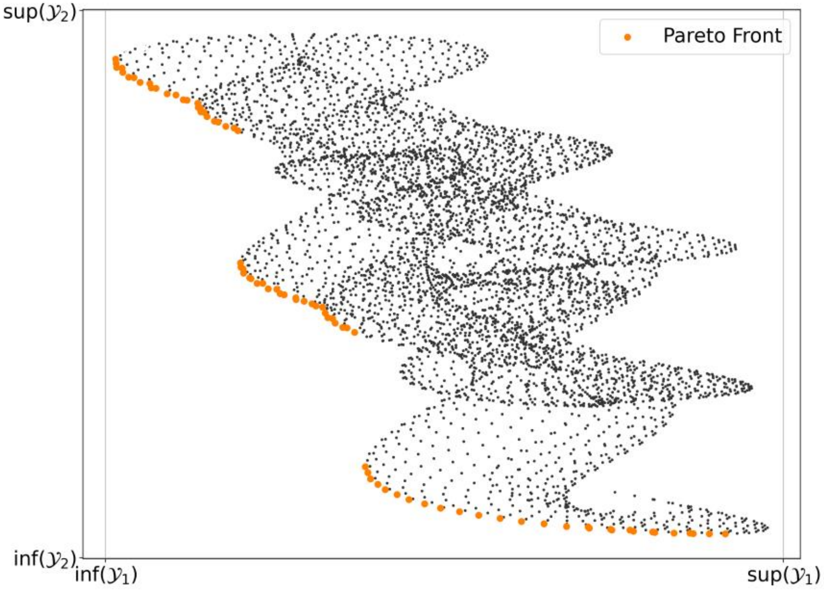
Le front de Pareto correspond aux meilleurs **compromis** qu’il est possible de réaliser entre les différents objectifs.

➢ Les solutions sont multiples, le concepteur choisi la solution qui lui convient le mieux en fin d’optimisation

Généralités sur l'optimisation multiobjectif

Classes d'algorithme

Ordre 0	Ordre 1
• [+] : Facile à mettre en place • [-] : **Pas de preuve de convergence** • [+] : Bonne exploration • [+] : Facile à coder • [-] : Beaucoup d'hyperparamètres	• [-] : Nécessite les gradients • [+] : **Preuve de convergence locale** • [-] : Exploration dépendante des points de départ • [+] : Peu d'appels aux objectifs • [+] : Bonne précision • [+] : Des critères d'arrêt disponibles
• NSGA-II • SPEA2 • DMS • ….	• MGDA

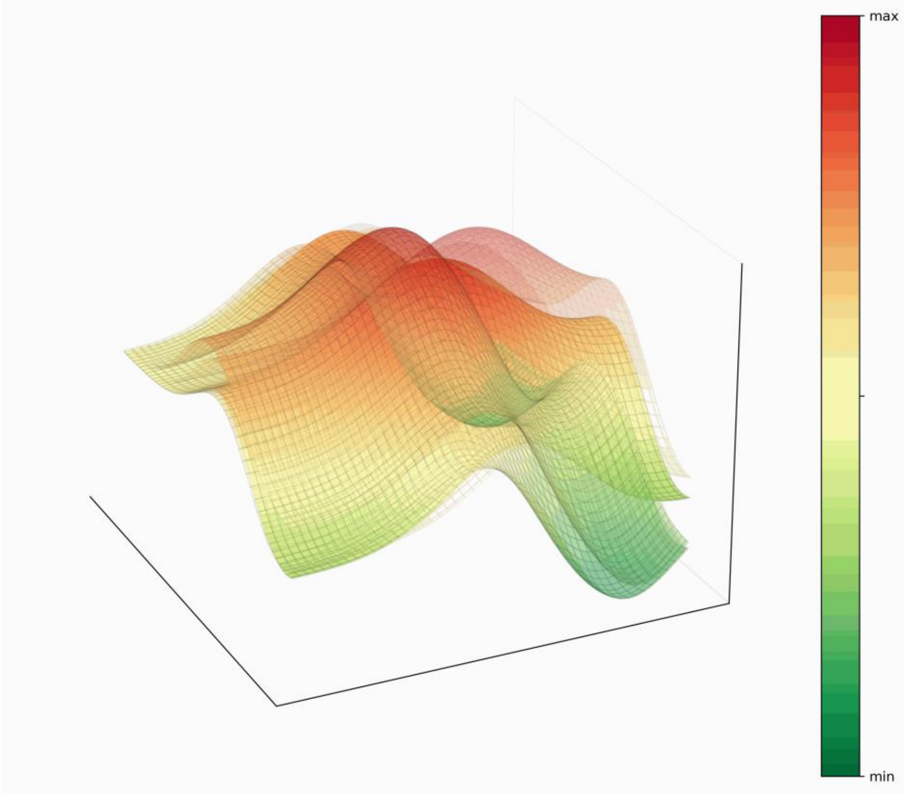


SAFRAN

Généralités sur l'optimisation stochastique

Objectif incertain :

En introduisant des incertitudes dans la fonction objectif, on doit redonner un sens à notre problème



Généralités sur l'optimisation stochastique

Objectif incertain :

En introduisant des incertitudes dans la fonction objectif, on doit redonner un sens à notre problème

Quantité d'intérêt :

- Le pire cas (max sur tous les scénarii) :
- Espérance (moyenne)
- Espérance + part de variance

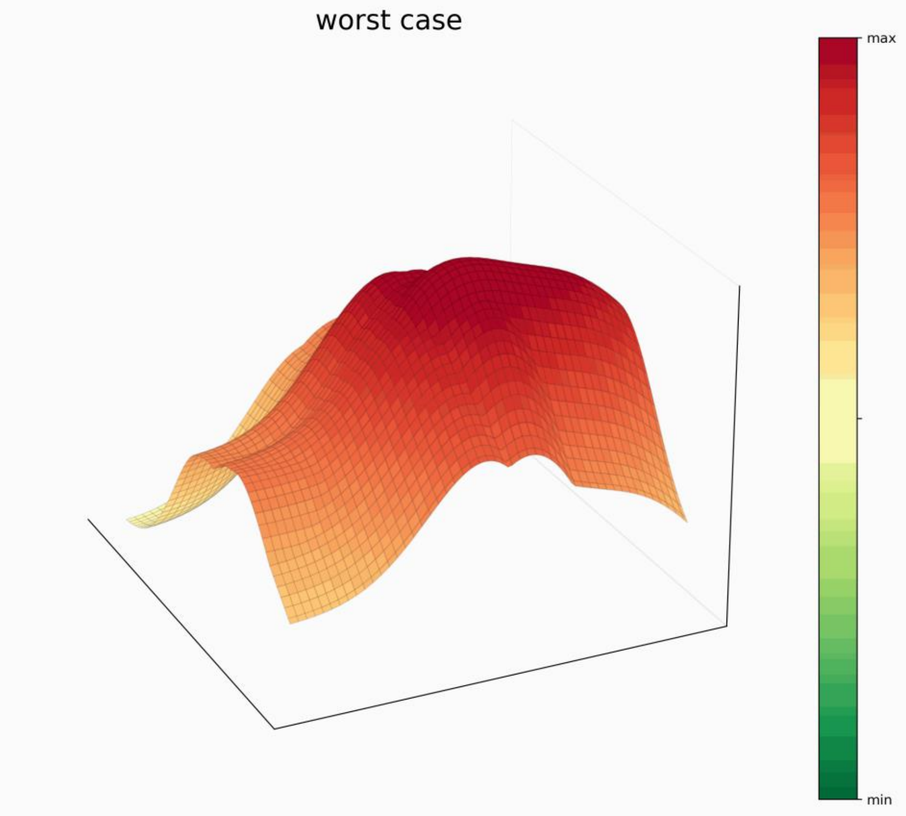
$$\mathbb{E}_w[f(x,w))] \neq f(x,\mathbb{E}_w[w])$$

La QoI choisie influe beaucoup sur la solution à trouver !

Optimisation fiabiliste | robuste :

On inclue dans ce type de problème une contrainte en probabilité sur la défaillance :

- Probabilité de défaillance faible

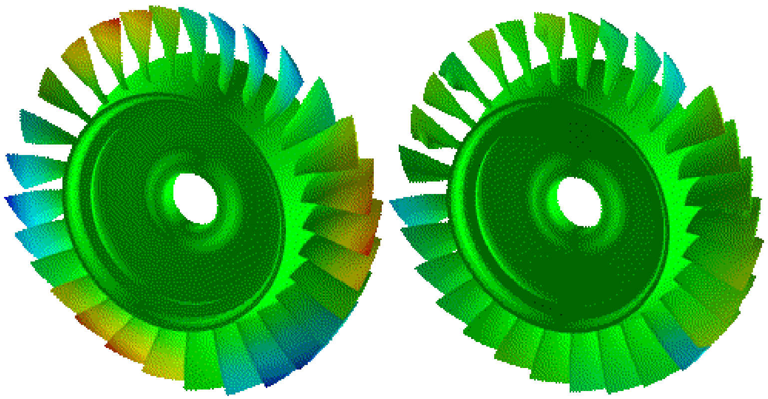


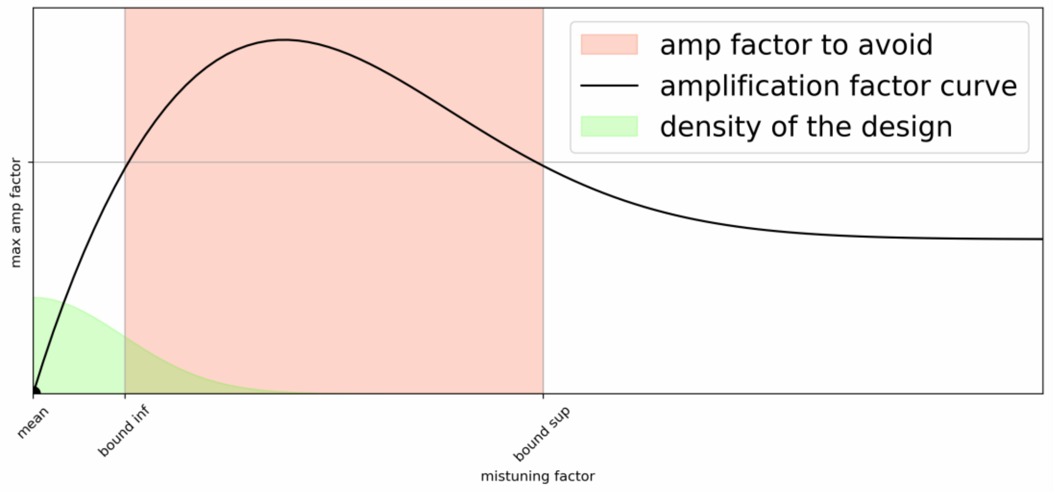
Généralités sur l'optimisation stochastique

Mistung & Detuning :

Bon exemple de l'intérêt de l'optimisation stochastique

- Solution nominale non robuste et à forte variabilité
- Des configurations existent qui sont moins bonnes au nominal mais considérées meilleures sur l'ensemble des scénarii





Example of localisation of vibration when introducing mistuning in a bladed disk [1]

[1] : Website of the Structural Dynamics and Vibration Laboratory, Department of Mechanical Engineering, McGill University, Montréal, Canada

Formulation & Modèle (1/2)

- Modèle de blisk simplifié [1]
- 10 secteurs (limitation du cout numérique)
- Mistuning introduit par des variabilités dans les rigidités

(a) Bounds for the optimization variables

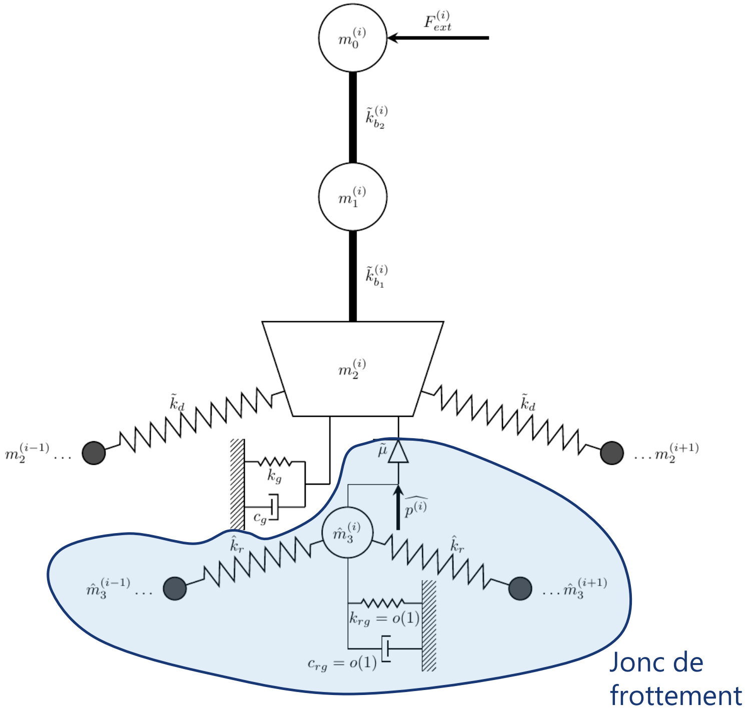
variable	lower bound	upper bound
$\hat{m}_3^{(i)}$	$3e-3$	$6e-2$
$\hat{k}_r$	$1e6$	$3e6$
$\hat{\mu}$	$.25$	$.35$
$\widehat{p_{i\notin\{1,6\}}^{(i)}}$	0.0	$1e0$

(b) Distribution laws for the uncertain parameters

variable	distribution	parameters
$\tilde{k}_d$	Normal	$\bar{k}_d = 5e7, \sigma = 2\% \cdot \bar{k}_d$
$\tilde{k}_{b_1}^{(i)}$	Normal	$\bar{k}_{b_1}^{(i)} = 1e6, \sigma = 2\% \cdot \bar{k}_{b_1}^{(i)}$
$\tilde{k}_{b_2}^{(i)}$	Normal	$\bar{k}_{b_2}^{(i)} = 2e6, \sigma = 2\% \cdot \bar{k}_{b_2}^{(i)}$

$m_0^{(i)}$	$m_1^{(i)}$	$m_2^{(i)}$	$m_3^{(i)}$	$k_{b_2}^{(i)}$	$k_{b_1}^{(i)}$	$k_d^{(i)}$	$k_r^{(i)}$	k_g	k_{rg}	μ	$p^{(i)}$
2.5e-1	3.5e-1	1.2e0	3e-2	2e6	1e6	5e7	2e6	2e6	6e5	3e-1	1e0

Units: masses are expressed in [kg], rigidities in [N/m], friction coefficient and the $p^{(i)}$ are unitless



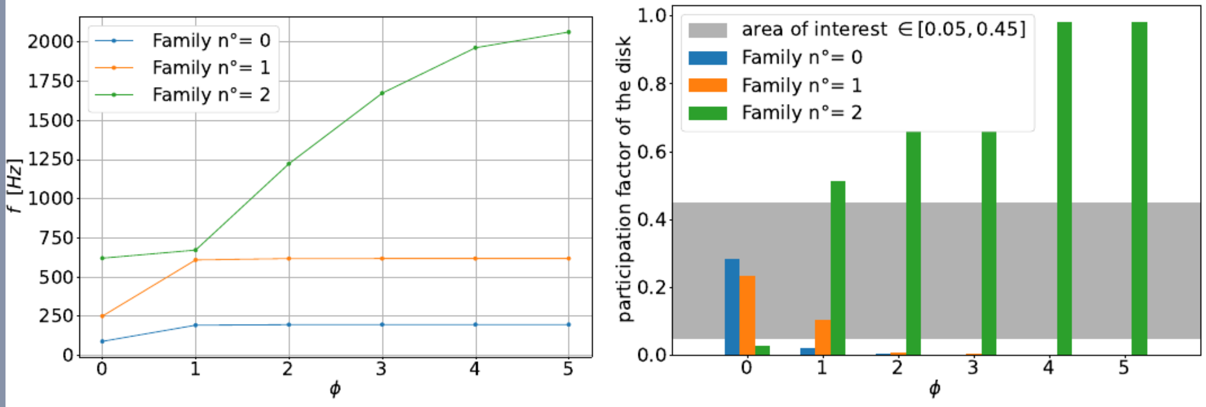
Les paramètres “p_***” sont des coefficients multiplicatifs de l’effort normal appliqué mais seront interprétés comme des paramètres de forme du jonc

[1] : D. Laxalde, F. Thouverez, J.-J. Sinou, and J.-P. Lombard. *Qualitative analysis of forced response of blisks with friction ring dampers*. European Journal of Mechanics - A/Solids, 26(4):676–687, 2007.

Formulation & Model (2/2)

- **2 modes d'intérêt**
  - Modes à 0 diamètre
  - Participation du disque et de l'aube équilibrée
  - Vitesse de rotation 529 & 1495 tours/minute
- **Objectif principal : Réduction du déplacement en tête de pale**
  - Réponse forcée par HBM avec code interne
  - Simulation du modèle complet
  - Force initiale normale au contact par chargement inertiel de la roue
  - Les objectifs du problème d'optimisation sur les **espérances** de la formule présentée

$$f_k(\mathbf{x}, W_p) = \max_{i,\omega} \|u_{m_0^{(i)}}(\mathbf{x}, W_p, \omega)\|, \ \forall(\mathbf{x}, W_p) \in (\mathcal{X} \times \mathcal{W}),$$



(a) Linear mode analysis

(b) Participation factor of the disk

Quelques métriques :

- Simulation des 2 objectifs pour nh=3, nti=128 ~~ 30s
- Dimension de l'espace de design : 11
- Dimension de l'espace des incertitudes : 21

Prendre l'espérance nous replace dans un contexte déterministe, mais son estimation est couteuse

Stratégie d'optimisation

Estimateurs d'espérance :
Estimateur de Monte Carlo sur le métamodèle

Métamodèle :
Krigeage obtenu avec OpenTurns [1]

Algorithme d'optimisation :
MGDA [3] sur le métamodèle + estimateur

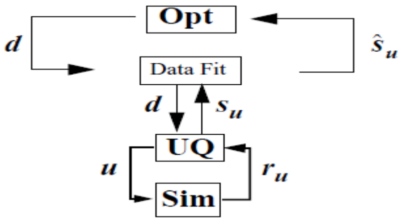
Résultats principaux :

1. L'opposé de l'élément de norme mini dans l'enveloppe convexe des gradients est un vecteur de descente commun à tous les objectifs

$$\xi(x) = -\underset{v}{\operatorname{argmin}} \left\{ ||v||,\ v = \sum_j \alpha_j \nabla g_j(x),\ \sum_j \alpha_j = 1 \right\}$$

2. MGDA **converge** vers une solution **Pareto stationnaire**

3. Une version stochastique de MGDA est proposée dans [4] et résout le problème sans l'estimateur MC



Routine d'optimisation [2]

[1] : M. Baudin, A. Dutfoy, B. Ioss, A.L. Popelin. *OpenTURNS: An Industrial Software for Uncertainty Quantification in Simulation*. Handbook of Uncertainty Quantification, 2016
[2] : M. Eldred, A. Giunta, S. Wojtkiewicz, T. Trucano. *Formulations for Surrogate-Based Optimization Under Uncertainties. Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization 2002*
[3] : Jean-Antoine Désidéri. *Multiple-Gradient Descent Algorithm (MGDA)*. Research Report RR-6953, INRIA, June 2009
[4] : Q. Mercier, F. Poirion, J.A. Désidéri. *A stochastic multiple gradient descent algorithm*. European Journal of Operational Research, 271(3): 808-817, 2018.

Étape 1 – Exploration de l’espace des performances

Problème nominal :
Transformer le problème en sa formulation au nominal

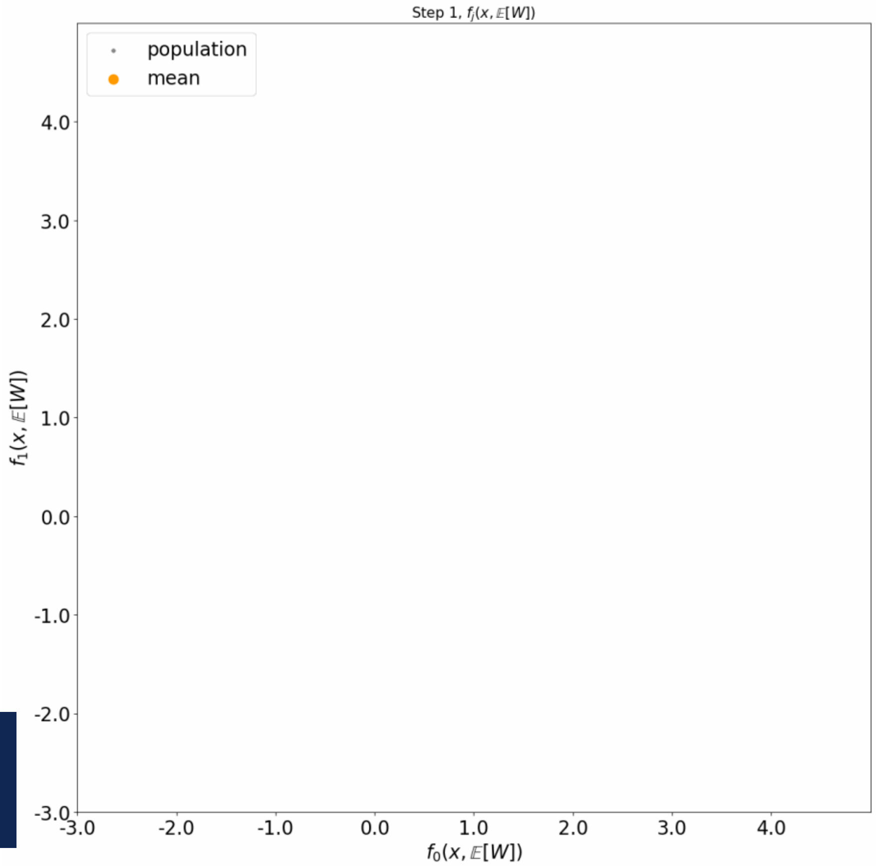
Génération DoE :
Simulation de 60 configurations nominales

Construction du métamodèle :
Krigeage avec OpenTurns

Explorer l’espace des performances:
Résultats du métamodèle pour un grand nombre de configurations

Discriminer les configurations:
Zone d’intérêt dans l’espace de performance
Conservation d’un nombre de points de départ pour la seconde phase

La phase d’exploration se base sur une hypothèse forte (nominal) mais permet une forte discrimination sur l’espace de design pour un coût faible



SAFRAN

Étape 2 – Global Surrogate optimization

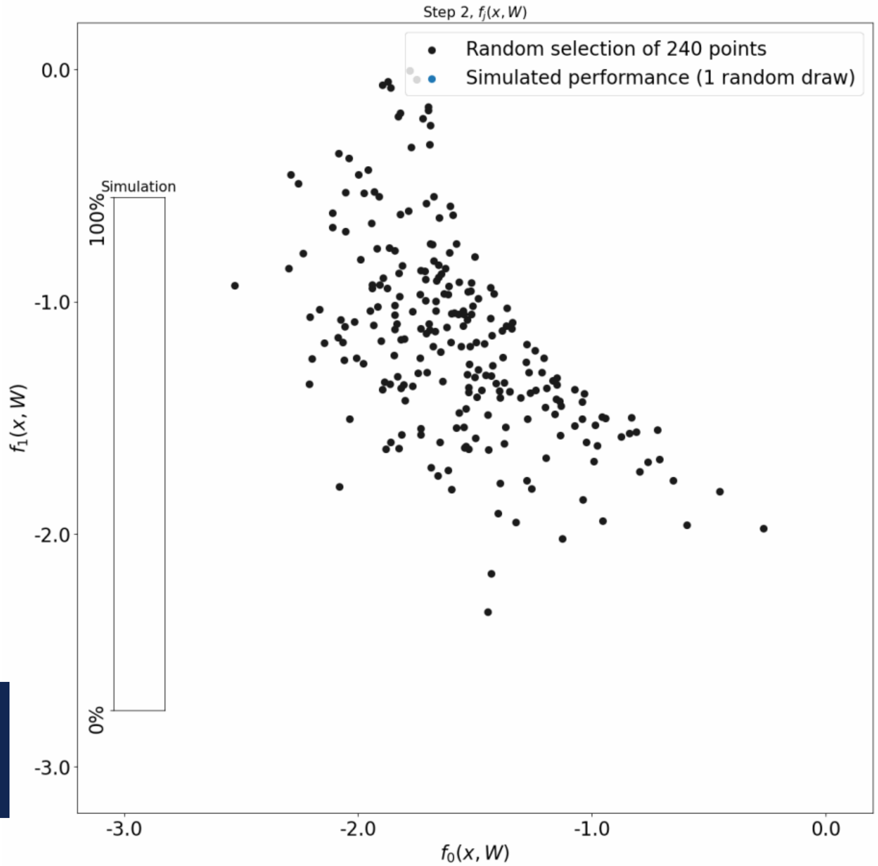
Problème initial :
Transformer le problème en sa formulation au nominal

Tirages aléatoires :
1 tirage par point de départ (240 points)
Simulation HBM

Construction du métamodèle :
Krigeage avec OpenTurns

Optimisation :
MGDA + estimateur
Exclusion des points dominés en fin de procédure

Sélection de point pour l'optimisation locale :
Points les plus représentatifs sur la base de la mesure d'hypervolume (15 points)



La convergence vers le front est obtenue en quelques itérations avec MGDA.
Glissement du front dû à la gestion des contraintes (projection)

Étape 3 – Optimisation locale

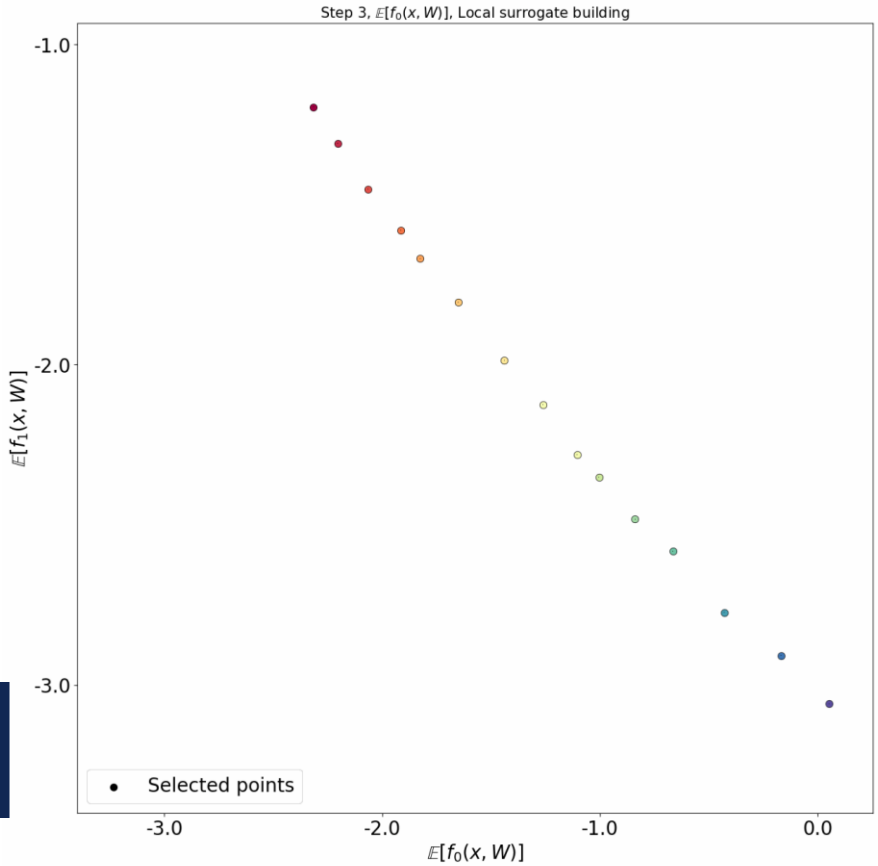
Tirages aléatoires :
150 tirages par point de départ (15 points)
Simulation HBM

Construction du métamodèle :
Krigeage avec OpenTurns

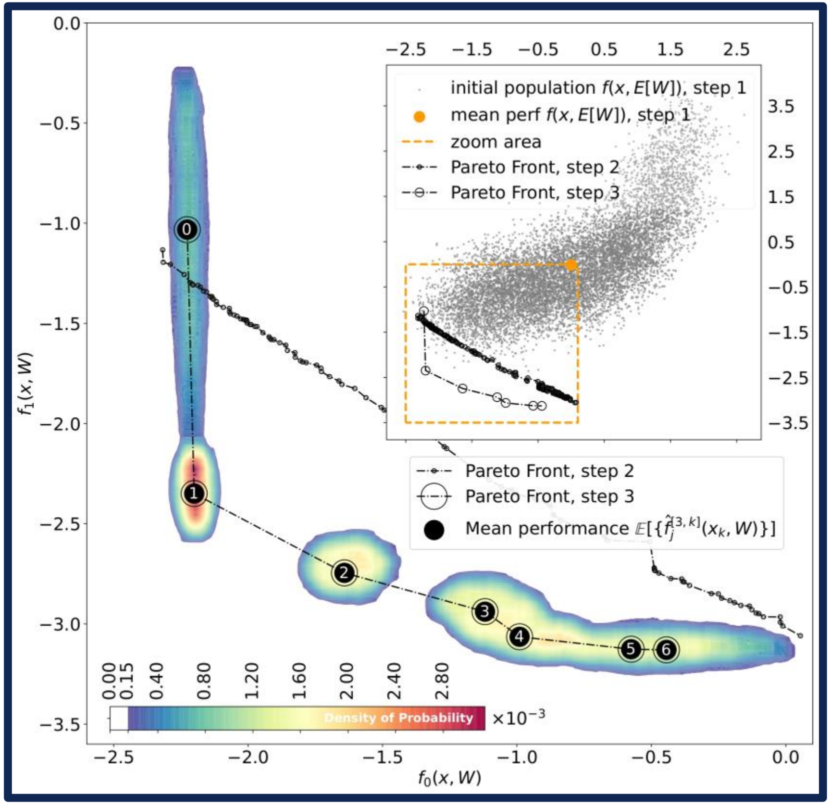
Optimisation :
MGDA + estimateur
Exclusion des points dominés en fin de procédure

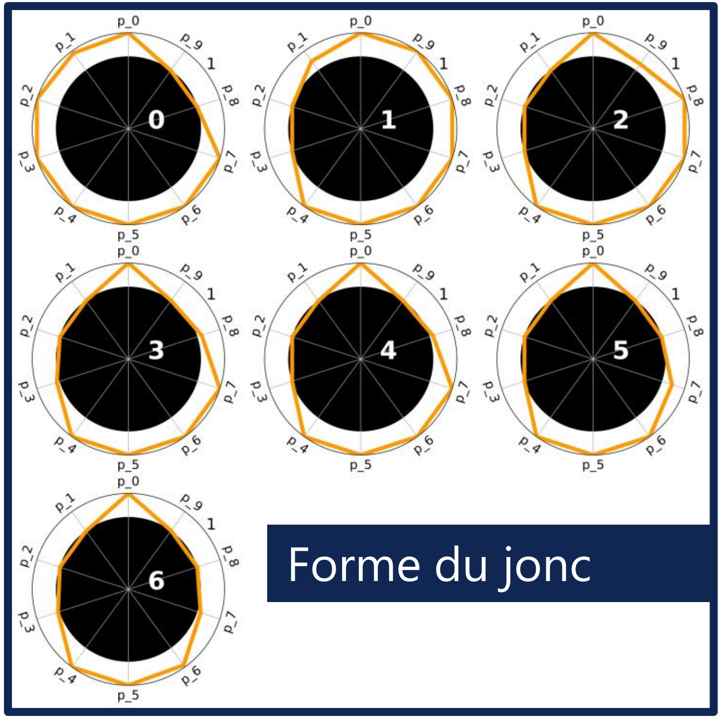
Évaluation de la densité des points de sortie :
Sur la base du métamodèle

Certains points étaient mal estimés en fin d'étape 2.
Bonne amélioration de la performance finale et précision des solutions



Résultats finaux





Forme du jonc

- Des compromis intéressants (solution 0 & 1)
- Accès à l'estimation de la densité de probabilité
  - Évaluation quantitative de la robustesse de la solution
  - Évaluation de la meilleure et la pire performance des joncs
- Importance de la forme du jonc sur sa performance
- Les solutions ne sont pas sensibles au positionnement du jonc dans sa gorge

Quelques perspectives

- Une meilleure modélisation de la forme du jonc :
  - Prendre en compte la déformation élastique du joncs sous chargement inertiel
  - Ajouts de contraintes au problème pour montabilité et maintient en position du jonc
- Meilleure paramétrisation des variables aléatoires pour une meilleure explicabilité
  - Utilisation d'une paramétrisation fréquentielle en espace
- Optimisation stochastique directe avec SMGDA
- Génération de nouveaux points de départ proches du front
  - Jeux de Nash [1]
  - Problèmes inverses avec métamodèles pour la génération de points de départ [2]
- Utilisation d'un modèle éléments finis plus fidèle ☺

[1] : J.A. Désidéri, J. Wintz, N. Bartoli, C. David, S. Defoort. *Combining Pareto Optimality with Nash Games in Multi-Objective Prioritized Optimization of an Aircraft Flight Performance*. Tech Report Inria, 9490, 2022.
[2] : Q. Mercier, F. Poirion, J.A. Désidéri. *Non-convex multiobjective optimization under uncertainty: a descent algorithm. Application to sandwich plate design and reliability*. Engineering Optimization, 51(5): 733-752, 2018.